

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
Уральский государственный педагогический университет  
Институт математики информатики и информационных  
технологий  
Кафедра теории и методики обучения математике

Макарова Наталия Александровна

**Развитие познавательной активности учащихся 5-6  
классов в процессе обучения математике в контексте  
системно-деятельностного подхода**

Направление 44.04.01 – «Педагогическое образование»  
Магистерская программа «Математическое образование»

Диссертация на соискание академической степени магистра  
математического образования

Допущена к защите  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

Научный руководитель:  
доктор пед. наук, профессор  
Липатникова И.Г.

Екатеринбург, 2016

## **СОДЕРЖАНИЕ**

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>3</b>
<b>ГЛАВА 1. Теоретические основы развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода.....</b>	<b>9</b>
1.1. Психолого-педагогические и методические основы развития познавательной активности учащихся в контексте системно-деятельностного подхода.....	9
1.2. Способы и средства развития познавательной активности учащихся в процессе обучения математике.....	30
1.3. Модель развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике.....	52
<b>ВЫВОД ПО ГЛАВЕ 1.....</b>	<b>58</b>
<b>ГЛАВА 2. Методика развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода.....</b>	<b>60</b>
2.1. Требования к отбору содержания обучения математике при использовании динамично-ситуационных задач.....	60
2.2. Использование динамично-ситуационных задач как средства развития познавательной активности учащихся в процессе обучения математике.....	69
2.3. Организация, проведение и результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента.....	87
<b>ВЫВОД ПО ГЛАВЕ 2.....</b>	<b>93</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>94</b>
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....</b>	<b>96</b>

## **ВВЕДЕНИЕ**

**Актуальность исследования:** Современный социальный заказ, предъявляемый государством, предполагает подготовку выпускников, обладающих такими качествами, как умение самостоятельно планировать пути достижения целей; умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, определять способы действий в рамках предложенных условий, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией; владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности.

В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО) обоснована значимость применения универсальных учебных действий в жизненных ситуациях для решения задач общекультурного, личностного и познавательного развития обучающихся, особое внимание уделяется личностным качествам и особенностям обучающихся.

Достижение поставленной цели требует от учителя организации учебного процесса, направленного на развитие стремления учащегося к познанию и саморазвитию. Предметный характер обучения обуславливает необходимость разработки инструментов, позволяющих достигать поставленных целей.

Познавательная активность относится к достаточно широко изученным проблемам в психологии и педагогике. Данная проблема изучалась в трудах З.Л. Абасова, Л.И. Аристовой, Н.М. Епифановой, Е.Н. Ильина, Е.В. Коротаевой, П.М. Лебедева, Н.Г. Мокшиной, А.В. Петровского, Г.В. Пугач, Т.И. Шамовой, Г.И. Щукиной, И.Ф. Харламова, Е.Д. Хлестовой, и других, но в новых условиях она приобретает новое значение и вызывает еще больший интерес.

Процесс обучения математике является приоритетным в качестве развития интеллекта учащихся. Математика является метапредметной наукой, направленной на развитие познавательной активности, логического мышления, систематизации знаний, освоение навыков анализа и синтеза, осуществление выбора оптимального решения задач.

Основные психологические условия и механизмы процесса усвоения знаний, формирования картины мира, общая структура учебной деятельности учащихся были раскрыты в рамках, научной школы Б.Г. Ананьева, Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, Л.В. Занкова, А.Н. Леонтьева, Б.Ф. Ломова, С.Л. Рубинштейн, Д.Б. Эльконина.

Различными аспектами методики обучения математике в 5-6 классах на протяжении многих лет занимались Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев, В.И. Жохов, Ю.М. Колягин, А.Г. Мордкович, Л.М. Фридман и др.

Основным аспектам усвоения учебной деятельности посвящены различные работы по познавательной активности (М.А. Ахметов, Е.В. Белоусова, Л.П. Мартиросян, Ю.Р. Мухина, Р.Г. Хазанкин). Авторы исследований выделяют следующие средства развития познавательной активности: наглядность, рабочая тетрадь, электронные средства учебного назначения, вычислительный эксперимент, задачи. В настоящем исследовании с учетом системно-деятельностного подхода используются динамично - ситуационные задачи, которые с позиции ФГОС ООО являются методологической основой учебного процесса.

Анализ нормативных документов Министерства образования и науки РФ и исследование проблемы развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике позволил выделить следующие противоречия:

– **на социально-педагогическом уровне:** между социально-обусловленными требованиями к уровню подготовки учащихся, выражающимися в необходимости развития познавательной активности и недостаточной ориентацией образовательных учреждений на выполнение

данных требований;

- **на научно-педагогическом уровне:** между необходимостью развития познавательной активности в процессе обучения учащихся и недостаточной разработанностью теоретических и педагогических основ ее развития;

- **на научно-методическом уровне:** между развитием познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике и недостаточной направленностью на ее развитие существующих методик обучения.

Необходимость решения указанных противоречий обуславливает актуальность настоящего исследования и определяет его **проблему**: как в процессе обучения математике обеспечить развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в контексте системно-деятельностного подхода?

В рамках решения данной проблемы была определена тема исследования «Развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода».

**Объект исследования:** процесс обучения математике учащихся 5-6 классов в общеобразовательной школе.

**Предмет исследования:** развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода.

**Цель исследования:** теоретическое обоснование и разработка методики обучения математике в 5-6 классах, ориентированная на развитие познавательной активности учащихся в контексте системно-деятельностного подхода.

**Гипотеза:** развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода будет обеспечено, если организовать учебно-познавательную

деятельность учащихся с использованием различных видов разноуровневых динамично-ситуационных задач, поиск решения которых предполагает использование эксперимента с изучаемым математическим материалом.

Для достижения поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы требуется решить следующие **задачи**:

1. Провести анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования и определить основы развития познавательной активности в процессе обучения математике.

2. В соответствии с выделенными психолого-педагогическими и методическими основами, определить средства развития познавательной активности в процессе обучения математике.

3. Разработать модель развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике и на ее основе создать методику обучения, ориентированную на развитие познавательной активности.

4. Осуществить констатирующий этап эксперимента на уровне прогноза для проверки влияния разработанной методики на развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода.

**Методологическую основу исследования составляют** идеи и концепции общей теории учения, учебной деятельности и системно-деятельностного подхода (А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, А.Н. Леонтьев, Н.А. Менчинская, Н.Ф. Талызина, Д.Б. Эльконин и др.); теоретические основы психологического и личностного развития учащихся младшего подросткового возраста (В.В. Давыдов, Л.В. Занков, Л.С. Рубинштейн, Г.А. Цукерман, Д.Б. Эльконин и др.).

**Теоритической основой исследования являются** теория содержания основного общего образования и концепция федеральных государственных образовательных стандартов (А.Я. Данилюк, А.М. Кондаков, А.А. Кузнецов и

др.); основы теории и методики обучения математике (В.И. Крупич, Ю.М. Колягин, Л.М. Фридман, Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев, Г.И. Саранцев, О.Б. Епишева); педагогические исследования (И.Ф. Харламов, Е.В. Коротаева, Т.И. Шамова, Г.И. Щукина и др.).

**Методы исследования:** теоретический анализ научно-методической и психолого-педагогической литературы, анализ ФГОС ООО, диссертационных работ по проблеме исследования, программ по математике для основной общеобразовательной школы, учебников, сборников задач и учебных пособий по математике для 5-6 классов, анализ основных понятий исследования, организация и проведение констатирующего этапа педагогического эксперимента и статистическая обработка его результатов.

**Практическая значимость исследования** состоит в том, что теоретические результаты доведены до уровня практического применения, разработаны и внедрены в учебный процесс.

**Достоверность и обоснованность** результатов исследования обеспечивались использованием научно обоснованных методов с опорой на основополагающие теоретические положения в области математики, методики обучения математике в 5-6 классах, внутренней непротиворечивостью логики исследования, использованием адекватных статистических методов обработки результатов констатирующего этапа педагогического эксперимента.

**Апробация результатов исследования и внедрение** основных идей осуществлялась в ходе опытно-поисковой работы на базе МАОУ СОШ №66 г. Екатеринбурга, докладывались и обсуждались на методических семинарах учителей математики в МАОУ СОШ №66 г. Екатеринбурга.

Основные теоретические положения диссертационного исследования отражены в следующих публикациях: «Развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода», г. Пермь, 2016г.; «Динамично-ситуационные

задачи как средство развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике», г. Уфа, 2016г.



# **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В КОНТЕКСТЕ СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА**

## **1.1 Психолого-педагогические и методические основы развития познавательной активности в контексте системно-деятельностного подхода**

Современный социальный заказ, предъявляемый государством, предполагает подготовку выпускников общеобразовательных учреждений, направленную на овладение творческими способностями, активностью, в принятии решений, расширение кругозора, развитие мышления, мотивации к непрерывному образованию и самообразованию. Указанные качества личности возможно формировать в процессе обучения. Эти идеи раскрываются в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО), который подчеркивает, значимость развития не конкретного содержания какой-либо предметной области, а личностных характеристик обучающегося, его познавательную деятельность и активность в учебном процессе.

В национальной образовательной инициативе «Наша новая школа» выявлена сущность важнейших условий, которыми должны стать, согласно документу, развитие таких качеств личности как инициативность, способность творчески мыслить и находить нестандартные решения. Перечисленные качества личности являются основными признаками понятия «познавательная активность».

Развитие активности происходит в процессе обучения любого школьного предмета, в том числе и математики. Содержание математического материала позволяет на его основе развивать активность учащихся. По мнению Г.В. Дорофеева, математика в 5-6 классе является фундаментом для

будущего математического образования и развития школьников, при котором доминирующей функцией в этом возрасте является интеллектуальное развитие учащихся. Структуризация учебного предмета предполагает оптимальное соотношение новых и ранее усвоенных знаний учащихся, а также учет их возрастных особенностей и способностей [59].

В данной возрастной период чаще всего происходит снижение мотивации, пропадает интерес к обучению и как следствие этого, уменьшается познавательная активность. Г.А. Цукерман отмечает, что у обучающихся переход из начальной в основную школу требует сформированности готовности к учебной деятельности — мотивированной активности, нового уровня развития мотивов учения, способности к целеполаганию и смыслообразованию в учебной деятельности. Учащиеся сталкиваются с проблемой формирования новых мотивов и смысла учения. Самостоятельный познавательный поиск, постановка учебных целей, овладение учебными действиями, инициатива в организации учебного сотрудничества, становятся внутренней позицией учащегося [4]. При этом важно учитывать, что познавательная активность, реализующая перечисленный потенциал субъекта, позволяет осуществлять выход на личностный уровень развития.

Развитие личности человека — это развитие системы «человек — мир», где личность раскрывается как активное творческое начало. Непосредственно, развитие ее осуществляется в процессе обучения. Процесс учения, методологической основой которого, согласно ФГОС ООО, является системно-деятельностный подход, обеспечивающий соответствие учебной деятельности обучающихся их возрасту и индивидуальным особенностям.

Понятие системно-деятельностного подхода не ново. Системный подход разрабатывался в исследованиях классиков нашей отечественной науки таких, как Б.Г.Ананьев, Б.Ф.Ломов, и деятельностный подход Л.С. Выготский, Л.В. Занков, А.Р. Эльконин, В.В. Давыдов и многие другие исследователи.

Системно - деятельностный подход является объединением этих подходов, целью его является воспитание личности ребенка как субъекта жизнедеятельности. Он предусматривает развитие умения ставить цели, решать задачи, отвечать за результат. Как отмечает Л.С. Выготский в своей теории – обучение не есть развитие, но правильно организованное оно влечет за собой развитие, так как личность развивается в процессе деятельности [14].

Согласно ФГОС ООО системно-деятельностный подход предполагает:

- воспитание и развитие качеств личности, отвечающих требованиям общества;
- переход к планированию социального проектирования в образовании, определяющего способы достижения желаемого результата личностного и познавательного развития обучающихся;
- ориентацию на результаты образования, где развитие личности обучающегося составляет цель и основной результат образования;
- учет индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся;
- обеспечение преемственности всех ступеней образования;
- разнообразие индивидуальных образовательных траекторий, которые обеспечивают рост познавательных мотивов, а также творческого потенциала обучающихся;
- расширение и дополнения форм учебного сотрудничества [80].

Все перечисленные критерии важны для формирования познавательной активности, значит ее развитие предполагает деятельностный характер обучения. Оно должно быть направлено не только на восприятие учебного материала, но и на формирование положительного отношения учащихся к самой познавательной деятельности. Деятельность обучающегося будет более эффективной, если она вызывает желание активно действовать, преодолевать различные затруднения, достигать намеченной цели. У

обучающихся должны быть сформированы умения анализировать, решать проблемы, умения принимать решения и знания в своей практике самостоятельно.

Решение проблемы развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода требует рассмотрения следующих понятий: «деятельность», «учебная деятельность». В психолого-педагогической и методической литературе различные определения понятия «деятельность».

В «Педагогическом словаре» деятельность рассматривается как важная форма проявления жизни человека, его инициативного отношения к окружающей действительности [49].

Ю.К.Бабанский формулирует понятие «деятельность», рассматривая ее как активное отношение субъекта к окружающей действительности, выражающееся в воздействии на неё [8].

По мнению Е.В. Булатовой деятельность – это динамическая система взаимодействий субъекта с миром, в результате чего в объекте возникает психический образ и реализуются опосредованные им отношения в предметной действительности [13].

Д.Д. Дроздов трактует «деятельность» как специфический вид активности, направленный на творческое преобразование и познание окружающего мира, включая самого человека и условия его существования [21].

Обобщая предложенные выше определения понятий «деятельность» и учитывая требования ФГОС ООО к организации процесса обучения, за основу исследования взято определение Д.Д. Дроздова, т.к. оно определяет «деятельность» как «активность». Настоящее исследование посвящено проблеме познавательной активности, развитие которой возможно только в процессе деятельности. Предметом познавательной деятельности является информация, предметом учебной деятельности – знания, предметом трудовой деятельности – конкретный создаваемый продукт. Деятельность

учащихся осуществляется в учебном процессе, поэтому возникает необходимость рассмотреть понятие «учебная деятельность».

Понятие «учебная деятельность» достаточно неоднозначно. Иногда она некорректно рассматривается как синоним научения, учения и даже обучения. Как утверждает Д.Б.Эльконин, учебная деятельность – это деятельность, которая в силу специфики своего содержания способствует овладению обобщёнными способами действий. С.Л. Рубинштейн подчеркивает, что учебная деятельность – это действия субъекта к предмету обучения на всем его протяжении. В исследованиях Д.Б. Эльконина, В.В. Давыдова, А.К. Марковой в качестве особенностей «учебной деятельности» рассматривается наполняемость смыслом и деятельностным содержанием при соотнесении с особым «ответственным отношением» субъекта. [28].

Одной из ключевых теоретических проблем при рассмотрении понятия активности личности является соотнесение понятий «активности» и «деятельности». Трудность заключается в том, что в большинстве случаев эти термины выступают как синонимы.

Понятие «познавательная активность» является одним из основных в образовательном стандарте. При этом одним из требований, раскрываемых в ФГОС ООО является развитие личности ученика. В связи с этим создаются условия для исследования познавательной активности с позиции личностного отношения. Раскрывая данную проблему, необходимо рассмотреть такие понятия как «активность», «познавательная активность».

В «Педагогическом словаре» активность определяется как деятельное отношение личности к миру, способность производить общественно значимые преобразования материальной и духовной среды на основе освоения исторического опыта человечества; проявляется в творческой деятельности, волевых актах, общении [49].

А. В. Петровский подчеркивает, что активность проявляется в реализации потребностей личности[50].

Понятие «активность» часто связывают с учебным и воспитательным процессом, отождествляя его с деятельностью (Т.И. Шамова, Г.И. Щукина и др.)

По мнению Т.И. Шамовой активность не просто деятельностное состояние школьника, а качество этой деятельности, в которой проявляется личность ученика с его отношением к содержанию, характеру деятельности и стремлением мобилизовать свои нравственно-волевые усилия на достижение учебно-познавательных целей [66].

Г.И. Щукина рассматривает активность как «ценное и сложное личностное образование школьника, интенсивно формирующееся в школьные годы», которое «выражает особое состояние школьника и его отношение к деятельности» [76].

И.Ф. Харламов формулирует понятие «активность» как деятельностное состояние ученика, которое обусловлено стремлением к учению, рядом умственных действий и проявлением волевых усилий в процессе овладения знаниями [64].

П.М. Лебедев трактует понятие «активность» как инициативное, действенное отношение учащихся к усвоению знаний, а также проявление интереса, самостоятельности и волевых усилий в обучении [35].

По мнению Л.И. Аристовой активность следует рассматривать как готовность (способность и стремление) к освоению знаний, проявление преобразовательных действий учащегося по отношению к окружающим предметам и явлениям, нахождение нового, готовность к решению творческих задач [3].

Необходимость раскрытия понятия «активность» привело к противоположным взглядам различных авторов на данный вопрос. Некоторые ученые утверждают, что активность есть деятельность учащегося, а другие считают, что активность – это качество личности. Для того, чтобы более точно сформулировать понятие активности, проведем контент-анализ представленных определений (табл.1).

Таблица 1

## Контент-анализ определений активности

Авторы Компоненты	Т.И. Шамова	Г.И. Щукина	И.Ф. Харламов	П.М. Лебедев	Л.И. Аристова
«качество личности»	+	+		+	
«деятельность»			+		+
«отношение к процессу познания»	+	+	+		
«готовность к освоению знаний»				+	+
«проявление волевых усилий»	+		+	+	
«ряд умственных действий»			+		
«самостоятельная деятельность»				+	

На основе проведенного контент-анализа, активность будем рассматривать как качество личности, которое выражается готовностью субъекта к освоению знаний, его устойчивым отношением к процессу познания с проявлением волевых усилий.

Рассмотрев данное понятие как метапредметное составляющее, следует отметить, что оно включает интегрированное формирование универсальных учебных действий:

- личностных (смыслообразование, т. е. умение устанавливать связи между целью учебной деятельности и её мотивом. Ученик должен задаваться

вопросом: какое значение и какой смысл имеет для меня учение? — и уметь на него отвечать);

- регулятивных (умение строить жизненные планы во временной перспективе, планировать и организовывать деятельность, наличие самоконтроля и самооценивания);

- познавательных (умение выбирать эффективные способы решения задач, формулировать проблемы, самостоятельно создавать алгоритмы деятельности, выдвигать гипотезы, обосновывать их, формулировать проблемы, самостоятельно создавать способы решения, проводить рефлексию, контроль и оценку процесса и результатов деятельности и т.д.);

- коммуникативных (умение планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками, умения грамотно поставить вопрос — инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации, умение выявлять проблемы, искать и оценивать альтернативные способы разрешения спорных моментов, принимать решения и реализовывать их).

Как показал анализ научной, педагогической и методической литературы «активность» — это сложное, многокомпонентное, междисциплинарное понятие, определяемое с помощью множества различных признаков [3,35,64,66].

Опираясь на проведенные исследования при рассмотрении различных подходов к определению активности можно выделить ряд общих признаков активности личности. К ним относятся представления об активности как:

- формы деятельности, где понятия активности и деятельности совпадают;

- деятельности, у человека возникло собственное отношение, где отразился индивидуальный опыт человека;

- личностно значимой деятельности как самоутверждение человека и продукт активного и инициативного взаимодействия с окружающей социальной средой;



- качество личности, личностное образование, готовность к целенаправленному взаимодействию со средой, стремление и желание действовать, целеустремлённость и настойчивость, энергичность и инициативность [61].

Необходимость раскрытия сущности понятия «познавательная активность», обосновывает рассмотрения двух философских подходов к понятию «познание»:

- 1) совокупность процессов, обеспечивающих человеку возможность получать, перерабатывать и использовать информацию о мире и о себе;
- 2) специфическая форма взаимодействия субъекта и объекта познания, конечной целью которого является получение истины, обеспечивающей освоение объекта с учетом потребностей субъекта [81].

Вместе с тем «Толковый словарь» трактует термин «познавательный» следующим образом: Познавательный – это 1. Связанный с познанием. 2. Свойственный познаванию, познанию, характерный для них. 3. Служащий для познавания, познания [25].

Логика исследования предполагает соотнесения таких понятий как «активность» и «познание». Выделим смысловые единицы данных определений и раскроем необходимое соответствие (рис.1).

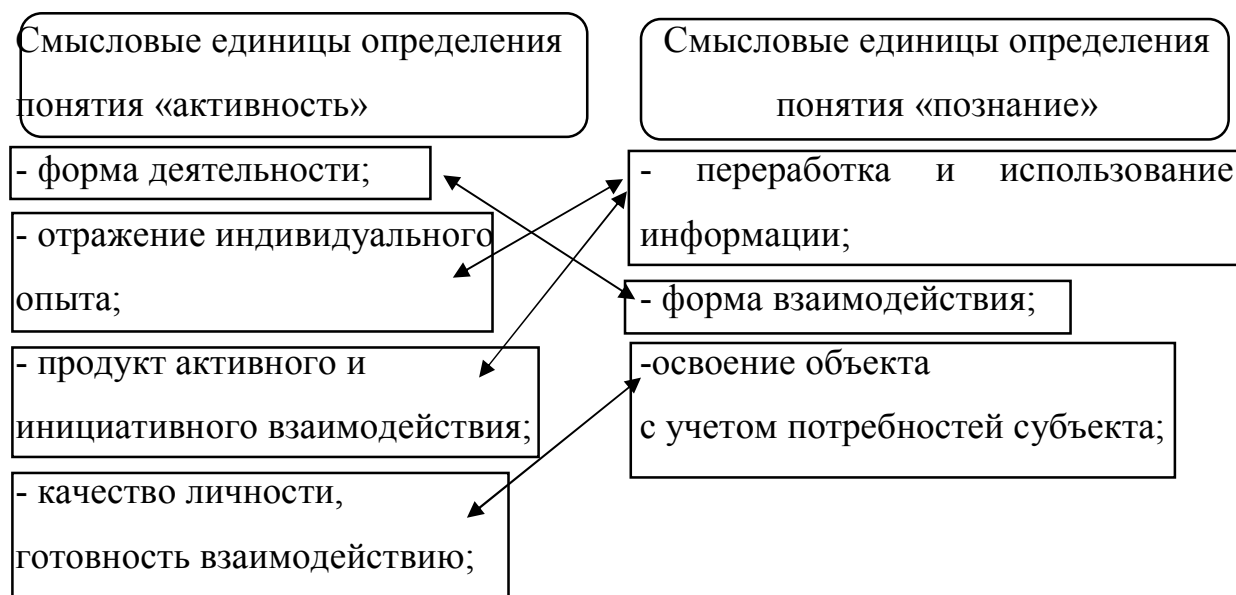


Рис.1. Соотнесение смысловых единиц понятий «активность» и «познание»

На основе представленной схемы можно сделать вывод, что смысловые составляющие понятий «активность» и «познание» взаимосвязаны. Значит активность личности тесно связана с познанием. На основе этого можно сформулировать понятие «познавательная активность».

Г.И. Щукина определяет познавательную активность как личностное образование, которое выражает интеллектуальный отклик на процесс познания, живое участие, интеллектуально-эмоциональную отзывчивость ученика в познавательном процессе [77].

Т.И. Шамова рассматривает познавательную активность как качество личности, проявляющееся в отношении к содержанию и процессу деятельности, в стремлении к эффективному овладению знаниями и способами их получения, в мобилизации волевых усилий в достижении цели обучения [67].

По мнению Г.В. Пугач познавательная активность – это собственная деятельность человека, познающего мир; влияние, которое она оказывает на воспроизведение внешнего предмета в сознании [53].

По мнению Н.Г. Мокшиной познавательная активность – это вид учебной деятельности, при котором возникает определенный уровень самостоятельности – от постановки проблемы до осуществления контроля, самоконтроля и коррекции, осуществляется переход от выполнения простых видов работы к более сложным, имеющим характер поисковой активности [42].

По утверждению З.Л. Абасова, познавательная активность является психическим состоянием учащегося, как его личностное образование, выражающее отношение к процессу познания [1].

Е.Д. Хлестова рассматривает познавательную активность как динамическую характеристику учащегося, направленную на познание окружающего мира, других людей и самого себя, напрямую связанную с взаимодействием со сверстниками и включающую совокупность ключевых компетенций [65].

Е.В. Коротаева понимает под познавательной активностью личностное свойство, приобретаемое, закрепляемое и развиваемое в результате особым образом организованного процесса познания с учетом индивидуальных и возрастных особенностей учащихся [29].

Проведем контент-анализ представленных определений (табл.2).

Таблица 2

Контент-анализ определений познавательной активности.

Авторы Компоненты	З.Л. Абасов	Е.В. Коротаева	Н.Г. Мокшина	Г.В. Пугач	Е.Д. Хлестова	Т.И. Шамова	Г.И. Щукина
Деятельность			+	+			
Качество личности	+	+			+	+	+
Отношение к процессу познания	+	+		+			+
Готовность к познавательной деятельности			+	+		+	+
Самостоятельная деятельность			+				
Готовность к преобразующей деятельности			+			+	
Ряд умственных действий				+		+	

В настоящем исследовании на основе контент-анализа, с учетом специфики обучения, согласно ФГОС ООО познавательную активность будем рассматривать как качество личности, которое проявляется в готовности учащихся к познавательной и самостоятельной преобразующей деятельности субъекта, направленное на развитие мыслительных операций и овладением новых способов действий с информацией.

Важно отметить, что системно-деятельностный подход способствует формированию следующих возможностей учащихся, которые отражаются в определении познавательной активности:

- готовность к разрешению проблем;
- готовность использовать систему ЗУНов в конкретных ситуациях;
- готовность к самообразованию, саморазвитию;
- готовность к использованию информационных ресурсов;
- готовность к социальному взаимодействию.

При этом учителя имеют возможность решать вопрос об отборе путей активизации познавательной деятельности учащихся, о развитии их познавательных способностей и самостоятельности, подбирая специальные средства, методы и формы обучения.

Несмотря на то, что проблема развития познавательной активности не является новой и ей уделяется большое внимание в различных исследованиях, в литературе нет единых компонентов познавательной активности.

М.Н. Скаткин определяет следующие компоненты познавательной активности [57]:

- *содержательно-операционный компонент*, проявляется в стремлении к качественному овладению знаниями и способами деятельности;
- *эмоционально-волевой компонент*, связан с опытом эмоционально-чувственного отношения к знаниям, включает в себя решительность, настойчивость, постоянный интерес учащихся;

– *рефлексивно-оценочный компонент*, включает рефлексия, самоконтроль и самооценку обучающихся.

В.С. Дашошенков выделяет следующие компоненты познавательной активности [42]:

- а) эмоциональное состояние личности, которое выражает взаимодействие потребностей и мотивов;
- б) волевые усилия, позволяющие двигаться к цели познания;
- в) саморегуляция, являющаяся осознанным стремлением действовать с целью реализации потребностей, возникающих в процессе познавательной деятельности;
- г) уровень овладения способами деятельности;
- д) отношение к деятельности.

Н.М. Епифанова рассматривает познавательную активность в процессе обучения математике, что соответствует проблеме настоящего исследования. В связи с этим используем компоненты, описанные в работе Н.М. Епифановой (табл.3) [23].

Таблица 3

Компоненты познавательной активности

Компоненты познавательной активности	Содержание компонента	Показатели	Характеристика проявления
Эмоционально-мотивационный	Особенности эмоционального поддержания личного опыта; включение потребностей, интересов, мотивов, целей с использованием волевых усилий, направленных на достижение цели и как итог – результат	-стремление быть лидером, проявление интереса к процессу познания; - использование волевых усилий; - присутствие эмоциональных переживаний; - имеется положительная мотивация; - наличие четкой установки на творчество	1. Принятие и выполнение условий. 2. Высокое или очень высокое проявление интереса. 3. Устойчивое положительное отношение. 4. Активно-творческая или активно-заинтересованная

			ПОЗИЦИЯ
--	--	--	---------

Продолжение таблицы 3

Действенно-практический	<p>Определенный объем знаний, умений, навыков, способов действий, готовность и способность их применять; интегрированное проявление интеллектуального диапазона (качество умственных действий); социальная направленность познавательной деятельности</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- проявление инициативности;</li> <li>- способность производить идеи и выдвигать предположения при решении задач;</li> <li>- способность удовлетворить свой познавательный интерес с помощью разных источников учебной, а также внеучебной деятельности;</li> <li>- способность реализовать перенос знаний, умений, навыков;</li> <li>- самостоятельное применение знаний и умений для решения незнакомых задач;</li> <li>- способность выполнять сложные задания;</li> <li>- умение строить и излагать вопросы, которые необходимо задать учителю или товарищам;</li> <li>- готовность и желание поделиться знаниями и умениями с товарищами</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Динамический уровень учебной деятельности.</li> <li>2. Самостоятельное включение в учебный процесс.</li> <li>3. Проявление социальной ответственности, понимание значимости самообразования</li> </ol>
Когнитивный	<p>Наличие актуальных объединенных знаний, постоянное совершенствование имеющихся знаний, гибкость и критичность мышления, творческая активность</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- успеваемость по основным предметам, в том числе и по математике;</li> <li>- стремление участвовать и непосредственное участие в олимпиадах, конференциях;</li> <li>- дополнительные занятия по математике;</li> <li>- сформированность общих умений (умение работать с учебником, доп. литературой, планировать работу, рационально организовывать ее выполнение, осуществлять самоконтроль, работать в заданном темпе, развивать мыслительные операции).</li> <li>- сформированность специальных умений по математике (чтение, запись и сравнение математических и</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Активное применение методов информационного поиска,</li> <li>2. Структурирование знаний.</li> <li>3. Выбор эффективных способов решения задач</li> <li>4. Постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера</li> </ol>



		геометрических объектов, выполнение основных преобразований, грамотное использование теоретического материала, умение пользоваться таблицами, осуществлять геометрические построения, преобразований фигур и тел и т.д.); - умение работать как индивидуально, так и коллективно. - уровень понимания материала, интерес к содержанию и самому процессу учебной деятельности	
Рефлексивно-аргументационный	Анализ ситуаций, рефлексия, рациональное аргументирование своего мнения	- умение делать самооценку своей деятельности, находить причины своих ошибок и неудач; - выражать свое аргументированное мнение, приводить как аргументы знания, факты, свой опыт. - комментировать другие ответы и творческие работы	1. Способность проводить рефлексию способов и условий действия. 2. Контролировать и оценивать процесс и результат деятельности

Признаки развития познавательной активности позволяют определить степень сформированности ее компонентов.

Показатели компонентов развития познавательной активности как части системы, находятся в сложной взаимосвязи между собой.

Выделив особенности компонентов образовательного процесса при системно-деятельностном подходе, появится возможность показать взаимосвязь данного подхода с развитием познавательной активности.

Компоненты образовательного процесса при реализации системно-деятельностного подхода:

**1. Мотивационно - целевой компонент** заключается в личностном смысле предстоящей деятельности. Образовательные цели учащегося относятся не только к объектам, но и к способам их изучения.

**2. Содержательный компонент** заключается в том, что основой содержания должны быть универсальные средства, методы и формы деятельности. При таком подходе у учащегося развивается позитивное отношение к познанию.

**3. Операциональный компонент** предполагает саморазвитие, самоактуализацию учащегося. Обучающиеся сами ищут и осознают подходящие именно для них способы решения жизненных ситуаций.

**4. Рефлексивно-оценочный компонент** предполагает процесс осознания учащимися образования своей деятельности. Рефлексия помогает сформулировать получаемые результаты, переопределить цели дальнейшей работы, скорректировать свой образовательный путь [60].

Покажем связь системно-деятельностного подхода с развитием познавательной активности (рис. 2).



РАЗВИТИЕ

## ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ



Рис.2. Связь компонентов познавательной активности и системно-деятельностного подхода

Компоненты развития познавательной активности с учетом специфики системно-деятельностного подхода находятся в тесной взаимосвязи. Каждый компонент познавательной активности реализуется на этапе системно-деятельностного подхода. Помимо того, что компоненты познавательной активности и компоненты образовательного процесса, построенного на основе системно-деятельностного подхода связаны, стоит отметить тот факт, что их реализация проводится в определенном порядке. Это свидетельствует об определенной этапности процесса развития познавательной активности. Связь компонентов представлена в виде лестницы (иерархии), поднимаясь по которой, у обучающегося происходит динамичный процесс развития познавательной активности. В связи с этим, можно сделать вывод, что

реализация системно-деятельностного подхода является одним из условий для развития познавательной активности.

Развитие познавательной активности следует осуществлять поэтапно. Это подчеркивает Н.В. Паскевич [48], которая в исследовании выделяет следующие этапы развития познавательной активности (рис.3).



Рис. 3. Этапы развития познавательной активности

Заметим, что прохождение каждого этапа приведет к результату развития познавательной активности, в связи с этим снова возникает потребность в получении новых знаний, что позволяет вовлекать учащихся в определенную деятельность, это свидетельствует о цикличности данного процесса. На каждом этапе происходит развитие компонента познавательной активности, прохождение каждого этапа предполагает развитие познавательной активности определенного уровня [45].

О том, на каком уровне сформированности находится познавательная активность учащихся можно судить по наличию определенного набора показателей.

При организации процесса обучения необходимо учитывать возрастные особенности учащихся, способность воспринимать информацию и другие факторы. Следовательно, учащиеся имеют разные уровни познавательной активности (табл. 4).

Таблица 4

#### Уровни познавательной активности

по Е.В. Коротаевой [30]	по Г.И. Щукиной [31]	по Т.И. Шамовой [24]
<p><i>1. Нулевой уровень</i></p> <p>учащиеся не отказываются от учебной деятельности, а демонстрируют индифферентное к ней отношение, точнее они пассивны на уроке, с трудом включаются в учебную работу, ожидая привычного давления со стороны учителя</p>	<p><i>1. Репродуктивно-подражательный</i></p> <p>собственная активность учащегося в учебной деятельности недостаточна, например, учащийся зная правильный ответ, может его озвучить только если его спросят</p>	<p><i>1. Воспроизводящая активность</i></p> <p>учащиеся стремятся понять, запомнить и воспроизвести знания, действуя по образцу. Проявляется неустойчивость волевых усилий, отсутствие интереса к углублению знаний. В данном случае активность напрямую зависит от эмоциональной привлекательности учебных ситуаций</p>

Продолжение таблицы 4

<p><i>2. Относительный уровень</i></p> <p>учащиеся проявляют активность и интерес при восприятии учебной задачи, при проявлении самостоятельности и увлеченности в ходе решения, но они не могут увидеть свои ошибки, хотя легко определяют неточности в работах других</p>	<p><i>2. Поисково-исполнительский</i></p> <p>учащиеся проявляют активность, самостоятельно пытаются найти пути решения учебной задачи</p>	<p><i>2. Интерпретирующая активность</i></p> <p>учащиеся стремятся к поиску смысла изучаемого, познать связи между явлениями и процессами, овладеть способами применения знаний. В связи с этим происходит большая устойчивость волевых усилий. Учащиеся данного уровня обладают глубокими систематизированными знаниями, работают самостоятельно и даже предлагают нетрадиционные пути решения задач</p>
<p><i>3. Исполнительский уровень</i></p> <p>стабильное выполнение домашних заданий, готовность включаться в любые формы работы, осознанно воспринимают учебную задачу, с желанием включаются в учебную деятельность, предлагают оригинальные пути решения и работают преимущественно самостоятельно, но</p>	<p><i>3. Творческая активность</i></p> <p>учащиеся самостоятельно ставят перед собой проблему и находят пути решения, выбирая средства для нестандартной учебной ситуации</p>	<p><i>3. Творческая активность</i></p> <p>проявляется интерес и стремление не только проникнуть глубоко в сущность явлений и их взаимосвязей, но и найти для этой цели новый путь решения. Происходит проявление высоких волевых качеств, упорства и настойчивости, наблюдается высокий познавательный интерес. Это учащиеся, которым</p>

начинают скучать, если изучаемый ими материал достаточно прост		присуща способность к видению и оценке проблем в широком смысле, развитая интуиция, изобретательность
<i>4. Творческий уровень</i> готовность учащихся включиться в нестандартную учебную ситуацию, поиском новых средств для ее решения		

Исследования активности Е.В. Коротаевой, Т.И. Шамовой, Г.И. Щукиной показывают, что важно формировать творческий уровень познавательной активности, который характеризуется интересом, стремлением не только проникнуть глубже в сущность явлений и их взаимосвязи, но и найти способы применения знаний и умений в новых ситуациях. Характерной особенностью этого уровня является проявление таких качеств, как воля, упорство, настойчивость, познавательные интересы, которые входят в состав личностных параметров учащихся.

В данном исследовании будем придерживаться тех уровней познавательной активности, которые выделяет Г.И. Щукина. Перечисленные уровни в полной мере соответствуют этапам развития познавательной активности, которые были выделены ранее (рис.4).

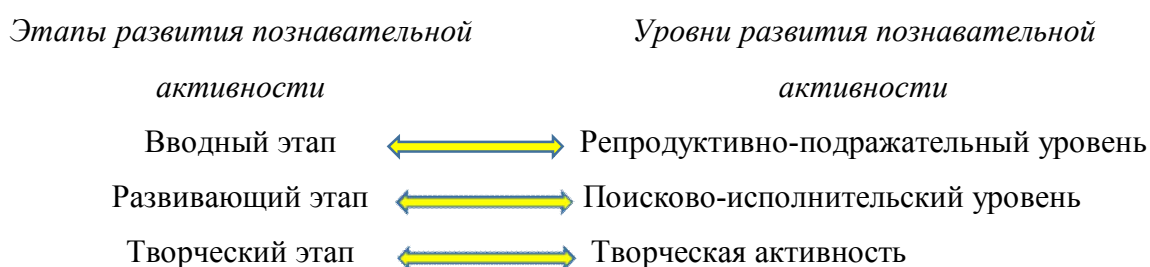


Рис.4. Связь уровней и этапов развития познавательной активности

Сопоставляя этапы развития, которые могут быть пройдены в течении одного урока, и уровни развития познавательной активности можно сделать вывод, что только многократное прохождение этапов может обеспечить развитие познавательной активности.

Развитие познавательной активности – это путь развития познавательной деятельности от любопытства и удивления к целенаправленной, осознанной познавательной деятельности, для которой характерна саморегуляция и способность прилагать волевые усилия, направленные на преодоление возникающих трудностей [7].

Анализ психолого-педагогических и методических исследований показал, что понятия «активность» и «познания» тесно связаны, а на основе контент-анализа принято решение рассматривать познавательную активность как качество личности, которое проявляется в готовности к познавательной деятельности и самостоятельности субъекта, направленное на получение интеллектуально-эмоциональной отзывчивости и овладение знаниями, выражающееся в его устойчивом отношении к процессу познания.

На основе анализа нормативно-правовых документов было установлено, что системно-деятельностный подход является основой ФГОС ООО. Рассмотрев компоненты познавательной активности и образовательного процесса в контексте данного подхода, выявили между ними связь. Установили, что развитие познавательной активности в контексте системно-деятельностного подхода характеризуется динамичным процессом обучения. На основе этого заключили, что системно-деятельностный подход можно рассматривать в качестве условия для развития познавательной активности учащихся. Также были выделены этапы и уровни развития познавательной активности, связь между которыми помогла понять цикличность прохождения этапов.



## 1.2 Способы и средства развития познавательной активности учащихся в процессе обучения математике

Для развития познавательной активности в контексте системно-деятельностного подхода целесообразно раскрыть средства ее развития. Существует два подхода к раскрытию средств развития познавательной активности: обучающее воздействие и личный опыт учащегося, включающий его взаимодействие с миром и результаты предшествующего обучения.

В «Педагогической энциклопедии» средства обучения рассматриваются как обязательный элемент оснащения учебных кабинетов и их информационно-природной среды, а также важнейший компонент учебно-материальной базы школ различных типов и уровней [55].

По мнению Н. М. Шахмаева к средствам обучения следует относить материальные объекты педагогического труда, которые могут быть предназначены для использования в образовательном процессе [69].

П. И. Пидкасистый подчеркивает, что к средствам обучения относятся материальный или идеальный объект, который «помещен» между учителем и учащимися и используется для усвоения знаний, формирования опыта познавательной и практической деятельности [51].

На основе анализа понятия «средства обучения» можно сделать вывод: средства обучения делятся на материальные (учебники и учебные пособия, различные средства наглядности), учебно-технические и учебно-лабораторные.

В свою очередь классифицировать средства обучения можно:

- по способам восприятия информации (визуальные, звуковые, мультимедийные);
- по способам предъявления информации;
- по их свойствам и эффективности в учебном процессе;
- по форме организации обучения;
- по выполняемым функциям и пр.

Вместе с тем средства обучения выполняют следующие функции:

1) информационная (средства обучения, являющиеся источниками знаний);

2) адаптивная (поддержка комфортных условий протекания образовательного процесса, акцент на индивидуальные возможности учащихся);

3) компенсаторная (облегчение процесса обучения, повышает темп работы с наименьшими затратами сил);

4) управленческая (организация и управление познавательной деятельностью учащихся);

5) интегративная (комплексное использование средств обучения, рассматривая объект как часть или как целое);

6) интерактивная (прямая и обратная связь учащегося со средствами обучения);

7) мотивационная (стимулирование и активизация познавательной деятельности учащихся) [55].

В образовательном процессе все указанные функции должны быть представлены комплексно. В определенном средстве обучения какая-либо функция может превосходить, определяя роль и место в учебном процессе.

Г.И. Щукина выделяет три группы средств, которые способствуют развитию познавательной активности:

1) содержание учебного материала;

2) организация и характер протекания познавательной деятельности;

3) отношение между участниками учебного процесса [77].

В исследовании Л.П. Мартиросян утверждает, что комплексное использование электронных средств учебного назначения расширяет возможности для творческого развития учащихся, развивает познавательную активность, предоставляя возможности выбора различного режима работы и вариантов заданий [40].

М.А. Ахметов рассматривает наглядность как основное средство развития познавательной активности учащихся, утверждая, что данное средство позволяет пройти все уровни познавательной активности [7].

Е.В. Белоусова рассматривает рабочую тетрадь как средство развития познавательной активности. Автор утверждает, что через использование в учебном процессе рабочих тетрадей, развитие познавательной активности достигается в условиях активного привлечения учащихся к самостоятельной работе [12].

По мнению Р.Г. Хазанкина основным средством развития познавательной активности являются задачи. В исследовании автор рассматривает решение задач как способ развития и поддержки высокого уровня познавательной активности учащихся, формирования и развития самоуправляющихся механизмов личности, способствующих обучению, высокого положительного уровня межличностных отношений учителя и учащихся [63].

Ю.Р. Мухина в исследовании рассматривает вычислительный эксперимент как средство развития познавательной активности. Методика использования вычислительного эксперимента в качестве средства развития познавательной активности включает в себя мотивационный, содержательный, технологический и рефлексивно-оценочный компоненты и позволяет организовывать исследовательскую деятельность [43].

Установим соотношение между перечисленными средствами развития познавательной активности и смысловыми единицами понятия «познавательная активность» (рис.5).

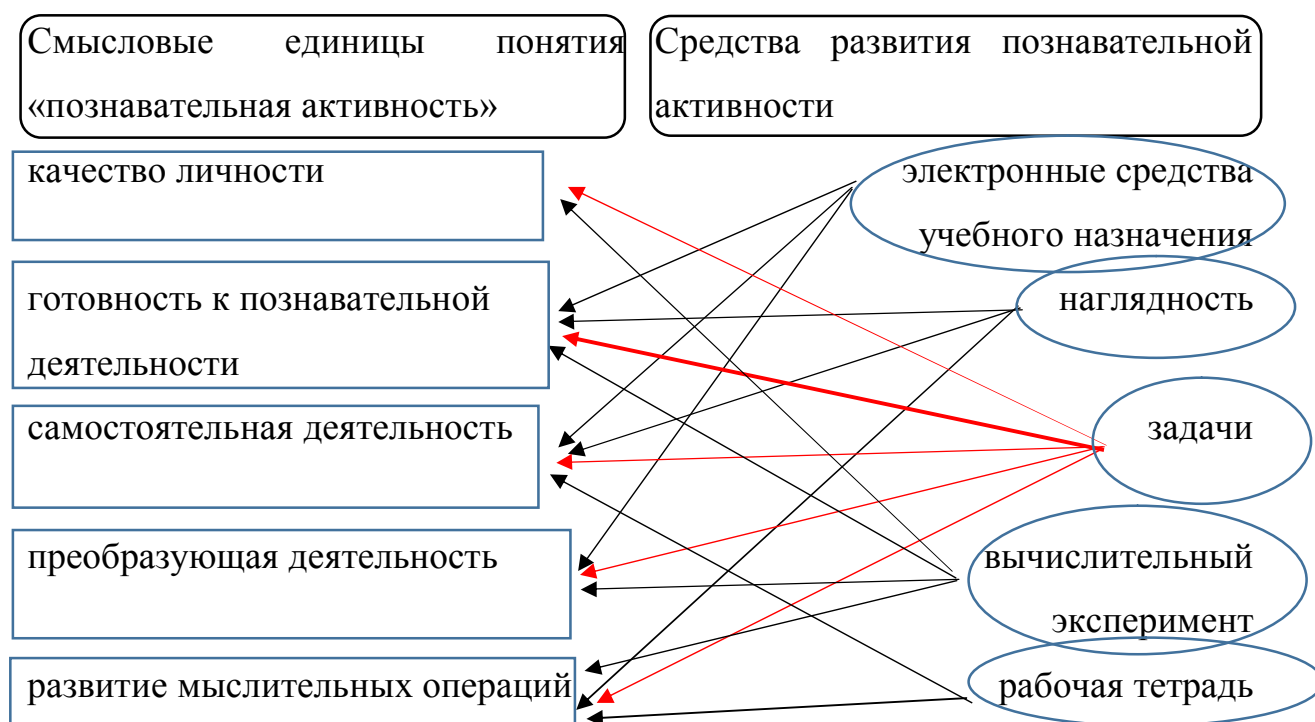


Рис. 5. Соотношение между способами развития познавательной активности и смысловыми единицами понятия «познавательная активность»

Перечисленные средства, по мнению исследователей, помогают развивать познавательную активность. Однако, не все они в полной мере соответствуют смысловым единицам понятия «познавательная активность». Только задачи соответствуют каждой смысловой единице, значит они являются средством развития познавательной активности.

В психолого-педагогической и методической литературе описывается также и большое многообразие способов развития познавательной активности. Многие из них направлены на создание следующих ситуаций в процессе обучения:

1. Создание ситуаций, которые активизируют деятельность учащихся на этапе восприятия информации и пробуждают интерес к изучаемому материалу (прием новизны, прием семантизации, прием динамичности, прием значимости и т.д.).

2. Создание ситуаций по активизации деятельности учащихся на этапе усвоения и воспроизведения изучаемого материала (ситуации, в которых учащиеся отстаивают свою точку зрения, задают вопросы, рецензируют,

корректируют, помогают товарищу, находятся в поисковой деятельности и ситуации проблемности, ищут несколько путей решения проблемы, решают творческие задачи, работают самостоятельно, использование наглядности и т.д.).

3) Создание ситуаций, при которых происходит активизация познавательной деятельности на протяжении всего процесса обучения с помощью эмоционального воздействия (взаимная поддержка, соревнование, поощрение, эмоциональный комфорт, игровые формы работы, творческий характер заданий и т.д.) [58,79].

Раскроем связь между группами средств развития познавательной активности, представленные в исследовании Г.И. Щукиной и способами развития познавательной активности (табл.5).

Таблица 5

Связь средств и способов развития познавательной активности

Средства развития познавательной активности	Способы развития познавательной активности
Развитие познавательной активности при помощи содержания учебного материала	<ul style="list-style-type: none"> <li>- новизна содержания учебного материала;</li> <li>- обновление усвоенных знаний;</li> <li>-включение в содержание интересных сведений и фактов;</li> <li>-раскрытие смыслового значения объектов;</li> <li>- практическая значимость содержания</li> </ul>

Продолжение таблицы 5

Развитие познавательной активности, связанной с организацией и характером проведения познавательной деятельности учащихся	<ul style="list-style-type: none"> <li>- освоение новых способов деятельности;</li> <li>- применение исследовательских форм работы;</li> <li>- создание проблемных ситуаций;</li> <li>- самостоятельная работы в различных формах;</li> <li>- использование наглядности;</li> <li>- поисковая деятельность;</li> <li>- творческий характер заданий</li> </ul>
Развитие познавательной активности, связанной с зависимостью отношений между участниками образовательного процесса	<ul style="list-style-type: none"> <li>-взаимная поддержка\++1</li> <li>-элементы соперничества, соревнования;</li> <li>-поощрение;</li> <li>-эмоциональный комфорт;</li> <li>-игровой характер деятельности;</li> <li>-творческий характер заданий;</li> <li>-учет индивидуальных особенностей</li> </ul>

Каждой группе средств развития познавательной активности ставится в соответствие определенный набор способов. Это доказывает связь между ними, а значит развивать познавательную активность необходимо четко подбирая средства, соответственно и способы, в зависимости от целей урока.

Существенное влияние на цели обучения оказывает содержание материала, а именно его структура. В соответствии с разработанной теорией учебной деятельности (Л.С. Выготский, Т.В. Габай, В.В. Давыдов, Е.Н. Кабанова-Меллер, А.Н. Леонтьев, Г.И. Щукина, Д.Б. Эльконин и др.) главным содержанием обучения должно быть овладение учебными действиями по решению широкого класса задач. Значительный вклад в теорию обучения математике с использованием учебных задач внесли О.Б. Епишева, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман и др.

Так как развитие познавательной активности рассматриваем в процессе обучении математике, а задача является основной дидактической единицей

школьного курса математики, это свидетельствует о том, что она будет являться средством развития познавательной активности учащихся.

Согласно В.И. Крупичу и О.Б. Епишевой задача является основным структурным компонентом учебной деятельности. Ее цель – развитие ученика, овладение им обобщенными отношениями в математике, усвоение и овладение им новыми способами действий [24].

Обратимся к определению понятия «задача».

Г.А. Балл определяет задачу как систему, обязательными составляющими которой являются: предмет задачи, то есть ее исходное состояние и модель требуемого состояния предмета задачи [11].

Л.М. Фридман определяет задачу как «всякую знаковую модель проблемной ситуации», выход на противоречие между известной целью задачи и неизвестными путями достижения данной цели [79].

По мнению А.Н. Леонтьева: задача – это данная в определенных условиях цель деятельности, которая должна быть достигнута преобразованием этих условий согласно определенной процедуре [37].

Ранее, рассматривая развитие познавательной активности в контексте системно-деятельностного подхода, было установлено, что это возможно только в процессе деятельности учащихся. В связи с этим, в настоящем исследовании, за основное примем определение А.Н. Леонтьева, так как именно он говорит о задаче как цели деятельности.

Д. Пойа, утверждает, что установление связи между данными и неизвестными, которые нам требуется отыскать – это поиск решения задачи [52].

В дальнейшем исследовании будем использовать этапы решения задач, перечисленные Д. Пойа:

- 1 этап – понимание постановки задачи.
- 2 этап – составление плана решения.
- 3 этап – осуществление плана решения.

4 этап – взгляд назад – изучение найденного решения, критический анализ ответа, поиск путей рационализации решения, систематизация новых знаний.

Решение задач в обучении выступает и как цель, и как средство. Умение ставить и решать задачи является одним из основных показателей уровня развития учащихся, открывает им пути овладения новыми знаниями.

В связи с требованиями ФГОС ООО возникает необходимость формирования универсальных действий учащихся, которые позволяют анализировать любую ситуацию, определять проблемы, находить оптимальные пути достижения желаемых результатов, а также формировать такие качества математического мышления как гибкость, критичность, логичность, рациональность. Это возможно при использовании в процессе обучения математике определенного вида задач.

Представителями ситуационного подхода был предложен подсистемный взгляд на деятельность организации обучения в противовес ее рассмотрению как целостности. Организация рассматривается как слишком сложная и динамичная система, чтобы к ней могли быть применены любые универсальные требования, обеспечивающие ее эффективность и оправданные вне контекста ситуации. Ситуационный подход интенсивно развивает интеллектуальную сферу сознания и ту сторону учебной деятельности, в которой учащиеся активно занимаются поиском правильного решения, самостоятельно добывают новые знания. При этом существенно развиваются волевая и мотивационная сферы учебной деятельности и в некоторой степени эмоционально-чувственная.

Ситуационный подход является основным в условиях развития познавательной активности как динамичного процесса. Соответственно в качестве одного из средств, направленных на развитие познавательной активности могут выступать ситуационные задачи.

Ситуационные задачи могут быть использованы и в учебной и во внеучебной деятельности, так как применительно к целям общего



образования ситуационные задачи могут выступать как метод реализации любой из этих целей как справедливо отмечает О.Е.Лебедев [36].

По мнению О.В. Акуловой ситуационные задачи – это задания, помещенные в жизненный контекст и имеющие личностно-значимый вопрос, благодаря чему обучающиеся понимают практическую ценность знания [2].

У.К. Павленко под ситуационной задачей понимает методический прием, включающий совокупность условий, направленных на решение практически значимой ситуации с целью формирования компонентов содержания школьного образования [46].

Н.В. Жулькова в исследовании рассматривает ситуационную задачу как средство обучения, включающее совокупность условий, направленных на решение практически значимой ситуации с целью осознанного усвоения учащимися содержания учебного предмета [26].

Проведем контент-анализ представленных определений (табл.6).

Таблица 6

Контент-анализ определений ситуационной задачи

Критерий	О.В. Акулова	У.К. Павленко	Н.В. Жулькова
методический прием		+	
средство обучения			+
совокупность условий		+	+
практически значимая ситуация	+	+	+
личностно-значимый вопрос	+		+
Освоение содержания учебного предмета	+	+	+

На основе контент-анализа, с учетом специфики обучения, ситуационную задачу будем рассматривать как задачу, включающую совокупность условий, направленных на решение практической ситуации, имеющей личностно-значимый вопрос для учащихся с целью осознанного освоения учащимися математического содержания.

В настоящем исследовании рассматривалась проблема динамичности процесса развития познавательной активности. В связи с этим в качестве средства были выбраны динамично-ситуационные задачи. Динамика – это определенный ход развития, заключающий в себе изменение какого-либо явления. Под динамично-ситуационной задачей будем понимать задачу, которая содержит совокупность условий (взаимосвязанных объектов), изменение которых приводит к новым личностно-значимым для учащихся ситуациям, с целью осознанного усвоения обучающимися математического содержания.

При решении таких задач в качестве активного субъекта выступают учащиеся, учитель лишь направляет, дает учащимся возможность самостоятельно делать выводы, подготавливает новые познавательные ситуации внутри уже существующих, помогает выделить проблему, направляет при поиске путей решения данной проблемы. В процессе решения динамично-ситуационных задач меняются условия задачи, сами ситуации, возникают новые проблемы. В связи с этим возникает необходимость добавления еще одного этапа – исследовательского. Исследовательский этап заключается в определении единственности решения (результата решения), установлении возможности и других решений (результатов) или множественности решений при изменении данных условий задачи.

Проведем анализ соответствия этапов решения задач, включая 5 этап (исследовательский) и показателей компонентов развития познавательной активности(табл.7).

Таблица 7

Соответствие этапов решения задач показателям компонентов познавательной активности

Этапы решения задач	Показатели компонентов развития познавательной активности	Уровень развития познавательной активности
1 этап - понимание постановки задачи.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- проявление интереса к процессу познания;</li> <li>- использование волевых усилий;</li> <li>- наличие положительной мотивация;</li> </ul>	Репродуктивно-подражательный
2 этап - составление плана решения.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- проявление инициативности;</li> <li>- способность выдвигать идеи и предположения;</li> <li>- способность удовлетворить свой познавательный интерес с помощью разных способов учебной деятельности;</li> <li>- способность реализовать перенос знаний, умений, навыков;</li> <li>- умение строить и излагать вопросы;</li> <li>- готовность и желание поделиться знаниями и умениями с товарищами.</li> </ul>	
3 этап - осуществление плана решения.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- сформированность общих умений;</li> <li>- сформированность специальных умений по математике;</li> <li>- умение работать как индивидуально, так и коллективно;</li> </ul>	Поисково-исполнительский
4 этап - взгляд назад	<ul style="list-style-type: none"> <li>- умение делать самооценку своей деятельности, находить причины своих ошибок и неудач;</li> <li>- выражать свое аргументированное мнение, приводить как аргументы знания,</li> </ul>	

5 этап - исследование решения задачи	<ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельная постановка проблемы;</li> <li>- нахождение путей решения;</li> <li>- самостоятельное применение знаний и умений для решения незнакомых задач;</li> <li>- выполнение творческой работы;</li> <li>- способность выполнять сложные задания;</li> </ul>	Творческая активность
	<ul style="list-style-type: none"> <li>факты, свой опыт;</li> <li>- комментировать другие ответы;</li> </ul>	

Продолжение таблицы 7

На основании данного соответствия можно сделать вывод о том, что на каждом этапе решения задачи можно формировать один за другим перечисленные показатели компонентов познавательной активности, а значит переходить от одного уровня к другому.

В процессе решения динамично-ситуационных задач возникают различные математические ситуации, которые могут быть разрешимы благодаря использованию эксперимента. Эксперимент как один из методов исследования, обладающий точностью, освобождает мышление от стереотипов и шаблонов, обеспечивает более осознанное овладение математической теорией, учит самостоятельному выполнению учебных заданий, приемами поиска, исследования и доказательства, основным мыслительным операциям, установлению причинно-следственных связей, выделению существенных свойств математических объектов [68]. Это подтверждает целесообразность использования эксперимента при решении динамично-ситуационных задач.

Математический эксперимент можно рассматривать в двух аспектах: с одной стороны, это один из видов математического моделирования, а с другой — особый тип идеального эксперимента.

В «Филосовском энциклопедическом словаре» представлено следующее определение: «Эксперимент» (от лат. experimentum – проба,

опыт) – это метод познания, при помощи которого в контролируемых и управляемых условиях исследуются явления действительности [81].

А.М. Орехов рассматривает эксперимент как особый, идеальный, исполняемый вид многократного математического моделирования [44].

По мнению В. И. Загвязинского эксперимент – это изменение или воспроизведение явления с целью его изучения в наиболее благоприятных, четко фиксируемых и контролируемых условиях [27].

В широком смысле эксперимент представляет собой целенаправленно и жестко контролируемое действие исследователя на объект для изучения его различных сторон, связей и отношений [39].

В любом эксперименте можно выделить три основных этапа:

- *подготовительный этап*: включает теоретическое обоснование проведения эксперимента, его планирование, подготовку исследуемого объекта, конструирование и создание модели, выбор условий и средств исследования;

- *этап получения экспериментальных данных*: направлен на работу с моделью, выполнение определенных операций, многократную повторность измерений и строгий учёт факторов, влияющих на исследуемый объект;

- *этап обработки результатов эксперимента и их анализ*: позволяет оценить параметры исследуемого объекта и сопоставить их либо с соответствующим теоретическим значением, либо с экспериментальным значением, устанавливаются причинно-следственные связи между заданными условиями и характеристиками исследуемого объекта.

Для того, чтобы показать соответствие этапов эксперимента и этапов развития познавательной активности была составлена следующая схема (рис.6).

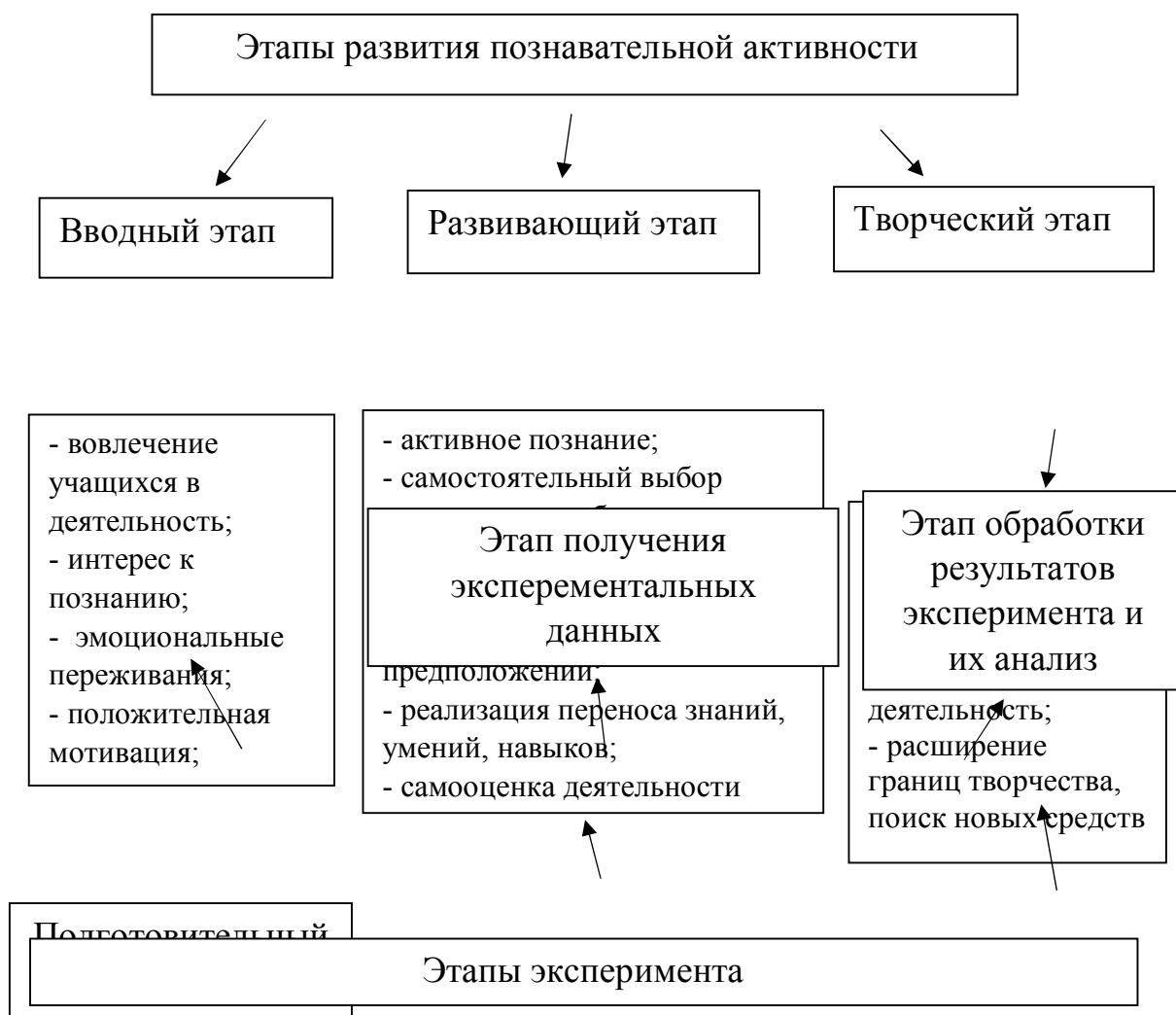


Рис.6. Соответствие этапов развития познавательной активности этапам эксперимента

Выделим три вида математических экспериментов, в зависимости от конечной цели их использования:

1) эксперименты, направленные на открытие новых фактов и выдвижение гипотез (например, установить, в каком соотношении находятся среднее арифметическое и среднее геометрическое двух, трех, ...,  $n$  чисел);

2) эксперименты, доказывающие некоторые теоремы или подтверждающие гипотезы (например, установить верность гипотезы Гольдбаха для чисел из диапазона  $[10000; 100000]$ );

3) эксперименты, направленные на создание мини-проекта (например, при формулировке признаков делимости, создать мини-проект по теме: «Признак делимости на 11»).

Выделим три вида динамично-ситуационных задач в зависимости от этапов развития познавательной активности учащихся и видов математического эксперимента:

- 1) задача на открытие новых фактов (направлена на мотивацию учащихся, поиск и отбор информации, создание прогноза на решение проблемы, выдвижение гипотезы);
- 2) задача на подтверждение и опровержение гипотез (направлена на создание прогноза, плана исследования и его осуществления);
- 3) задача на создание мини-проекта (направлена на решение проблемы, предполагает прогнозирование, планирование и осуществление эксперимента, поиск альтернативных путей решения проблемы, обозначение перспективы и представление результата в виде мини-проекта).

Приведём примеры динамично-ситуационных задачи представленных трех видов, направленной на развитие познавательной активности.

*Пример 1* Задача на открытие нового факта: «Среднее арифметическое».

1) Задача: В конце года восьмиклассники сдавали контрольные работы по следующим предметам: математика, русский язык, английский язык, информатика, история, физика, химия, география и биология. У Паши к концу года снизилась успеваемость. Тогда мама сказала ему, что подарит летом велосипед, если Паша сдаст экзамены по русскому языку и математике в среднем не менее, чем четыре балла. Паша сдал все экзамены, со следующими результатами по русскому языку на «4», по математике на «5». Выполнил ли Паша условие мамы? Какие еще могут быть варианты оценок за контрольные, чтобы выполнялось данное условие?

Решение: найдем сначала сумму баллов по предметам  $4+5=9$ , так как предмета два, то сумму нужно разделить пополам. Таким образом, получим:  $(4+5)/2=9/2=4,5$  – средняя оценка по двум предметам, и наоборот,  $(5+4)/2=4,5$ . Так как сумма не изменяется при перестановке слагаемых, то условие выполняется в обоих случаях.

Паша выполнил условие, его средняя оценка по русскому языку и математике равна 4,5 балла, не менее четырех. Число 4,5 называют средним арифметическим 4 и 5.

Какие еще результаты могут быть получены для того, чтобы выполнялось условие мамы?

Оба предмета можно было сдать на «5» или оба на «4», тогда средний балл равен соответственно  $(5+5)/2=5$  или  $(4+4)/2=4$ .

Русский язык можно было сдать на «3», математику на «5», и наоборот, тогда средний балл равен  $(3+5)/2=4$ .

Предлагаем учащимся изменить условие задачи и рассмотреть следующий вариант:

2) Пусть Паша сдал русский язык на «4», математику на «5», физику на «4», а средний балл по-прежнему необходим не менее четырех. Выполняется ли условие мамы в данном случае?

Найдем сумму баллов по трем предметам  $4+5+4=13$ . Теперь у нас три предмета, значит сумму баллов необходимо разделить на 3. Получили  $13/3=4$ , что больше 4, а значит, условие выполнено.

Число 4, является средним арифметическим чисел 4, 5 и 4.

Меняем условие задачи еще раз:

3) Будет ли выполнено условие мамы, если Паша сдал русский язык на «4», математику на «5», физику на «4», а историю на «3»?

Найдем сумму баллов по четырем предметам  $4+5+4+3=16$ . Так у нас четыре предмета, то сумму баллов необходимо разделить на 4. Получим  $16/4=4$ , условие выполняется.

Число 4 является средним арифметическим чисел 4, 5, 4 и 3.



4) Если мама скажет Паше, что средний балл по всем предметам, которые необходимо сдать должен быть не меньше четырех, выполнит ли он данное условие при следующих результатах: русский язык – «4», математика – «5», физика – «4», история – «3», английский язык – «3», информатика – «5», химия – «4», география – «5», биология – «5»?

Находим сумму всех баллов по данным предметам  $4+5+4+3+3+5+4+3+4=35$ . И так как предметов сейчас 9, то полученную сумму нужно разделить их количество:  $35/9=3$ . В данном случае условие мамы не выполняется, так как средний балл меньше четырех.

В процессе решения данной задачи, благодаря изменению условий, учащиеся провели эксперимент, и увидели закономерность в процессе нахождении среднего арифметического нескольких чисел. Таким образом, происходит открытие нового факта: для того, чтобы найти среднее арифметическое нескольких чисел необходимо их сумму разделить на количество данных чисел.

Пример 2 Задача на подтверждение гипотезы «Площадь и периметр прямоугольника. Равенство фигур».

Задача: Пятиклассницы Оля и Саша недавно узнали формулы для нахождения площади и периметра прямоугольника. После того как они были друг у друга в гостях, между девочками завязался спор: Оля утверждает, что их с Сашей комнаты равны. Саша же считает, что неравны. Чтобы не быть голословными девочки решили измерить комнаты. Они договорились измерить длину и ширину и принести измерения на следующий день в школу. Когда все собрались узнать равны ли комнаты, девочки не смогли договориться как же им считать. Оля предлагала посчитать периметры, и если они равны, то и комнаты будут равны. А Саша предлагала узнать площади и по ним определить равенство прямоугольных комнат. Как помочь девочкам и кто же из них прав?

При изучении данной темы учащиеся знакомятся с понятием равные фигуры.

Учащимся выдаются различные прямоугольники. Задача: способом наложения выявить равные фигуры и выяснить равны ли их площади и периметры. Выполнив практическое задание, учащиеся приходят к выводу, что у равных фигур площади и периметры равны.

Возникает необходимость познакомить учащихся с символической записью свойств, которыми обладают равные фигуры:

1) если  $F_1 = F_2$ , то  $S_1 = S_2$ ;

2) если  $F_1 = F_2$ , то  $P_1 = P_2$ .

Значит, если периметры и площади комнат девочек одинаковые, то комнаты равны и Оля права. А измерить можно как площади, так и периметры. Так ли это?

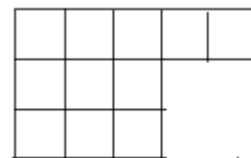
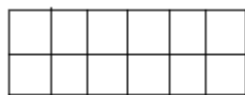
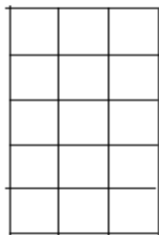
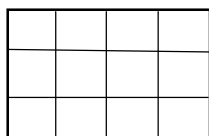
Учащиеся выдвигают следующие две гипотезы:

1) если  $S_1 = S_2$ , то  $F_1 = F_2$ , если  $P_1 = P_2$ , то  $F_1 = F_2$ ;

2) если  $S_1 = S_2$ , то не всегда  $F_1 = F_2$ ,  $P_1 = P_2$ , то не всегда  $F_1 = F_2$ .

Итак, в качестве «рабочего поля» следует выбрать лист клетчатой бумаги, а в качестве единицы площади - площадь одной клетки. Тогда, если  $S_1 = S_2$  будет означать, что  $F_1$  и  $F_2$  состоят из одинакового числа клеток.

Учащиеся изображают в тетради, заранее им предложенные.



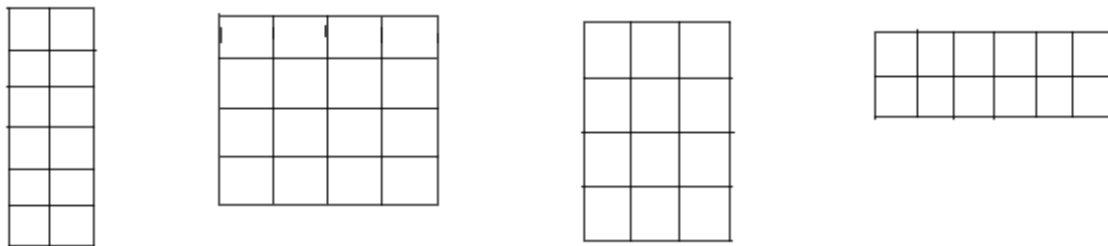
Получили следующий результат: у фигуры №2 и №4 периметры равны, а у фигур №1 и №3 равны площади. Но ни одна из этих фигур не равна любой другой, так как при наложении они не совпадают.

При проверке гипотезы, связанной с периметром фигуры делаем вывод: если  $P_1 = P_2$  это будет означать только лишь то, что длины контуров  $F_1$  и  $F_2$  равны. То есть если  $P_1 = P_2$ , то не всегда  $F_1 = F_2$ . При проверки гипотезы,

связанной с площадью делаем вывод: если  $S_1 = S_2$ , то не всегда  $F_1 = F_2$ .

Дополнительно рассматриваем случай, который следует из предыдущей задачи путем видоизменения условий исходной проблемной ситуации: верно ли, что, если  $S_1 = S_2$ , и  $P_1 = P_2$ , то  $F_1 = F_2$ ?

Рассмотрим заранее предложенные фигуры.



Проводим эксперимент и делаем вывод: у фигур №1, №3 и №4 равны площади, у фигур №1, №2 и №4 равны периметры. Следует заметить, что только у фигур №1 и №4 равны и площади, и периметры. При наложении совпали именно эти фигуры, отсюда следует их равенство.

Отвечая на вопрос исходной задачи, заметим, что комнаты девочек могут быть равны, если равны их площади и периметры.

Пример 3 Задача на создание мини-проекта «Признаки делимости чисел».

Задача: Катя приглашает Валу в гости, сказав улицу и номер дома. Про квартиру Катя сказала так: я живу в квартире кратной количеству подъездов в моем доме и кратной количеству квартир на этаже. Подойдя к дому Валя увидела, что он пятиэтажный, подъездов в нем 10, а квартир на этаже 5. Как же узнать в какой квартире живет Катя?

Необходимо, чтобы учащиеся сформулировали признаки делимости.

Рассмотрим варианты квартир, в которых может проживать Катя. Если номер квартиры Кати кратен количеству подъездов, то это число должно без остатка делиться на 10, это могут быть квартиры под номерами: 10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200,210,22

0,230,240,250 (так как в доме 5 этажей и по 5 квартир на каждом этаже, то в одном подъезде 25 квартир, а подъездов 10, значит всего в доме 250 квартир).

Исходя из перечисленных квартир уже можно выделить признак делимости на 10: если последняя цифра в записи числа 0, то такое число делится на 10.

Далее Катя утверждала, что номер ее квартиры кратен количеству квартир на этаже, то есть данное число без остатка делится на 5. Это могут быть квартиры:

5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90,95,100,105,110,115,120,125,130 и т.д. Исходя из перечисленных квартир можем сформулировать признак делимости на 5: если последняя цифра в записи числа 0 или 5, то оно делится на 5.

По условию задачи нам необходимо, чтобы число делилось и на 5 и на 10, значит такое число может оканчиваться только 0. Это могут быть все квартиры, перечисленные при делении на 10.

Получается двадцать пять вариантов решения задачи. Чтобы задача имела единственное решение добавим еще одно условие: этаж, на котором живет Катя. Разделив учащихся на две группы, первой группе зададим четвертый этаж, а второй группе третий. Учащимся необходимо самостоятельно сформулировать признак делимости на три или на четыре, в зависимости от группы, и выделить возможные варианты номера квартиры.

Таким образом, обучающиеся создают мини-проект, в котором итоговым продуктом будет признак делимости на три или на четыре. Рассмотрим пример мини-проекта «Признак делимости на четыре».

Задача: как по виду числа, не выполняя деления, узнать, делится число на 4 или нет.

Постановка проблемы: сформулировать признак делимости на 4 для любого натурального числа.

Разбор частных случаев: исследование начинается с разбора частных случаев: берутся различные числа, проводится деление столбиком, делается вывод о делимости данного числа на 4. Ищется закономерность.

Оформление результатов исследования: результаты исследования оформляются в виде таблицы.

Выдвижение гипотезы: на основе проведенного исследования выдвигается гипотеза о том, что на 4 делятся те и только те числа, которые оканчиваются двумя нулями или у которых две последние цифры выражают число, делящееся на 4. Проверка гипотезы.

Рассмотрим задачу с условием, что Катя живет на четвертом этаже, тогда из 25 вариантов, кратных 5 и 10, подходящих квартир остается 12. Это квартиры с номерами: 20,40,60,80,100,120,140,160,180,200,220,240.

Задача снова имеет несколько ответов. Добавьте самостоятельно новое условие задачи, связанное с признаками делимости чисел, чтобы можно было говорить о единственности ответа.

Например, Катя живет в подъезде, номер которого кратен шести. Тогда это шестой подъезд, а в нем расположена единственная подходящая квартира: 140.

Рассмотрев средства развития познавательной активности, представленные в различных исследованиях, было выявлено, что только задача как средство в полной мере соответствует смысловым единицам понятия «познавательная активность». В связи с этим определили динамично-ситуационные задачи: задача, которая содержит совокупность условий (взаимосвязанных объектов), изменение которых приводит к новым личностно-значимым для учащихся ситуациям, с целью осознанного усвоения обучающимися математического содержания. Установили связь этапов развития познавательной активности и этапов эксперимента. Выделили виды динамично-ситуационных задач (задача на открытие нового факта, задача на подтверждение или опровержение гипотезы, задача, направленная на создание мини-проекта).

### 1.3 Модель развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике

Целью данного параграфа является анализ методологических подходов к процессу создания модели развития познавательной активности обучающихся 5-6 классов в процессе обучения математике.

В исследовании конечной целью является развитие познавательной активности обучающихся 5-6 классов в процессе обучения математике. Развитие – это необратимое, направленное изменение объекта, сопряженное с преобразованием их внутренних и внешних связей. Процесс развития познавательной активности является сложной системой, для описания и изучения которой необходимо использование моделирования.

Многие ученые (С.И. Архангельский, Б.С. Гершунский, Л.Б. Ительсон, А.Н. Кочергин, И.И. Логвинов и др.) считают моделирование методом исследования, благодаря которому учитывается система условий и факторов, влияющих на проблему исследования, ее структуру и уровни развития. С помощью моделирования можно представить компоненты исследуемой проблемы однородными с точки зрения логики, а также провести их анализ и сравнение [15].

Под моделированием понимается изучение объекта путем создания и исследования его модели, сохраняющей важные черты, с целью получения новой информации об объекте.

Моделирование – это метод научного исследования, который широко применяется в педагогической науке. Моделирование рассматривается (В.Г. Афанасьев, Н.А. Умов, В.А. Штофф) как способ познания, выяснения и описания закономерностей функционирования существующих объектов, как способ создания конструирования новых объектов.

По мнению В.А.Штоффа моделирование – это построение или выбор изучения такого объекта любой природы, называемого моделью, который находится в отношении сходства к исследуемому объекту, способен

замещать этот объект, изучение которого дает новую информацию об этом объекте [72].

Под моделью В.А.Штофф понимает искусственно созданный объект в виде схемы, чертежа, логико-математических знаковых формул, который отображает и воспроизводит в более простом, уменьшенном виде структуру, свойства, взаимосвязи и отношения между элементами исследуемого объекта.

Как отмечает В.Г.Афанасьев, моделирование – это непрерывный процесс, предполагающий наличие четких методологических и теоретических предпосылок. Это последовательная разработка серии сменяющих друг друга моделей, обеспечивающая приближение модели к моделируемому результату [6].

Л.Н. Дахиным, под моделью понимает искусственно созданный объект в виде схемы, который, будучи подобным исследуемому объекту, отображает и воспроизводит в более простом виде структуру, свойства, взаимосвязи и отношения между элементами этого объекта [17].

В.И. Загвязинский считает, что модель является вспомогательным объектом, выбранным или преобразованным человеком в познавательных целях, дающий новую информацию об основном объекте. Под моделированием понимает отображение основных характеристик преобразуемой системы в конструируемой модели, которая значительно проще самого оригинала и позволяет выявить скрытые, неочевидные составляющие оригинальной системы [27].

По мнению С.Г. Ковалевой, причиной того, что учащиеся показывают невысокие результаты при выполнении заданий на применение знаний в ситуациях, приближенных к реальной жизни, является усвоение знаний в готовом виде. Возникает необходимость изменить характер учебного процесса и способы деятельности учащихся [26].

Основополагающей идеей моделирования процесса развития познавательной активности учащихся посредством решения динамично-

ситуационных задач является разработка модели, которая позволит повысить уровень развития познавательной активности обучающихся.

Исходя из логики исследования, в качестве объекта моделирования выступает развитие познавательной активности обучающихся 5-6 классов посредством решения динамично-ситуационных задач.

Результаты анализа теоретических источников по проблеме развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода позволили нам разработать модель развития познавательной активности учащихся посредством решения динамично-ситуационных задач.

Данная модель должна представлять единство пяти компонентов: целевого, методологического, содержательного, организационно-деятельностного, контрольно-результативного.

**Целевой блок:** в структуре модели является системообразующим, включает определение цели использования динамично-ситуационных задач.

На основании требований ФГОС ООО определена цель: развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике.

В структуре модели важным компонентом является **методологический блок**: ведущим в комплексе методологических подходов был определен системно-деятельностный подход, являющийся основой ФГОС ООО, опираясь на который обуславливается необходимость развития познавательной активности. Этот подход опирается на естественный процесс развития творческих задатков личности, поэтому требует учета возрастных, психологических особенностей обучающихся.

**Содержательный блок:** описывает требования к отбору содержания динамично-ситуационных задач и их виды.

**Организационно-деятельностный блок:** описывает процесс реализации динамично-ситуационных задач в процессе обучения математике, осуществляемый посредством эксперимента.



**Контрольно-результативный блок:** предполагает выявление конкретных результатов процесса развития познавательной активности учащихся посредством решения динамично-ситуационных задач, а также при необходимости коррекцию. Диагностика развития познавательной активности учащихся проводится на основе уровней её развития: репродуктивно-подражательный, поисково-исполнительский, творческий уровни познавательной активности. Она включает в себя входной и выходной контроли, анализ полученных данных, коррекцию.

Планируемым результатом является повышение уровня развития творческой активности.

Спроектируем модель процесса развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода (рис.7).

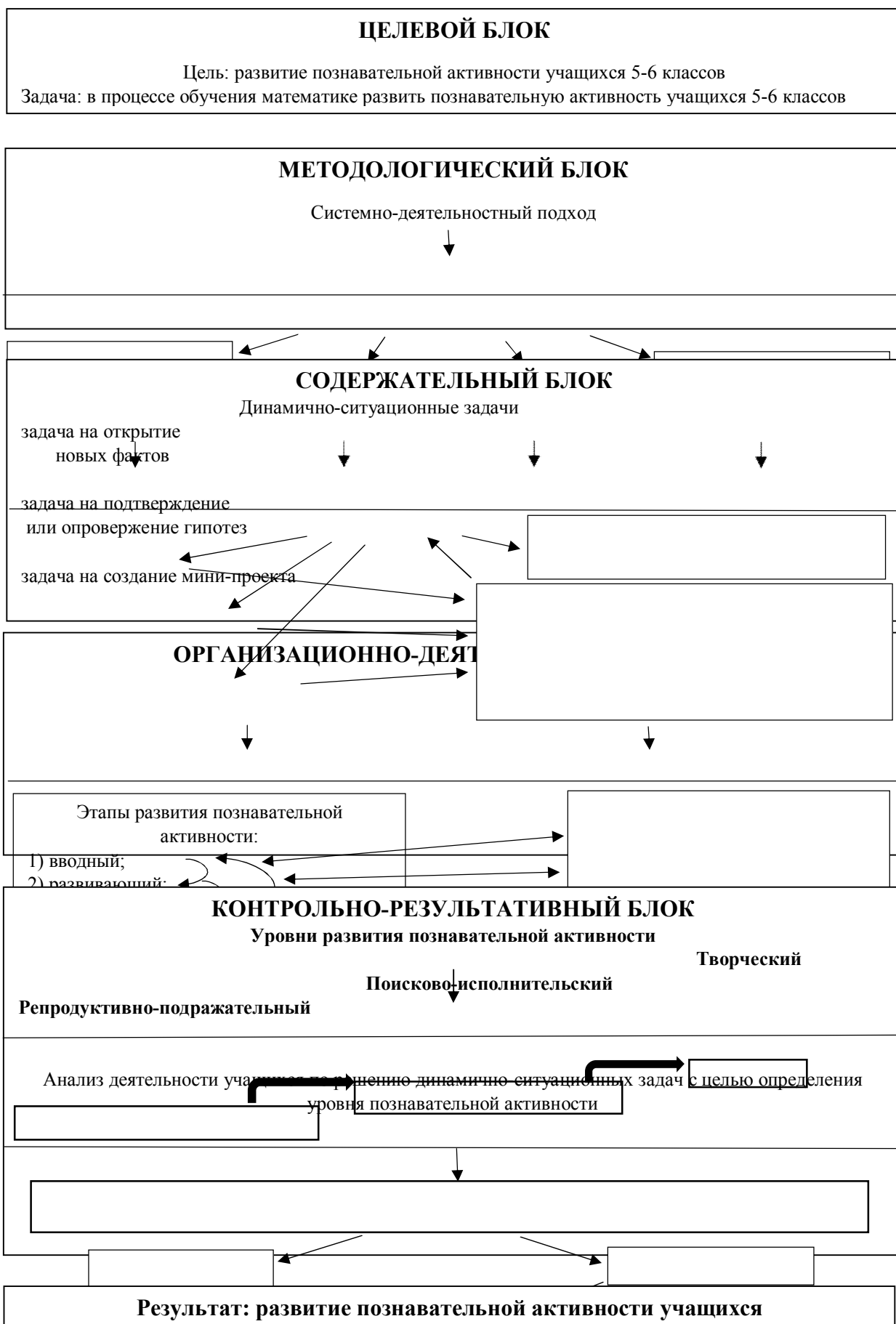


Рис.7. Модель развития познавательной активности в процессе обучения математике

Таким образом, в данном параграфе разработана модель процесса развития познавательной активности учащихся. На основе разработанной модели в исследовании будет предложена методика развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе решения динамично-ситуационных задач.

## **ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ I**

1. Анализ нормативных документов и методической литературы позволил выделить основы развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода.

2. В результате контент-анализа понятия «активность», а также видового понятия «познавательная активность» были сделаны следующие выводы:

1) Активность следует рассматривать как качество личности, которое выражается готовностью субъекта к освоению знаний, его устойчивым отношением к процессу познания с проявлением волевых усилий.

2) Познавательную активность следует рассматривать как качество личности, которое проявляется в готовности к познавательной и самостоятельной преобразующей деятельности субъекта, направленное на развитие мыслительных операций и овладение новыми способами действий с информацией.

3. Выделенные компоненты системно-деятельностного подхода и познавательной активности, позволяют заметить, что развитие является динамичным процессом, условием которого является системно-деятельностный подход.

4. Развитие познавательная активность, этапами которой являются вводный, развивающий и творческий, имеет циклический характер.

5. Прохождение по уровням познавательной активности (репродуктивно-подражательный, поисково-исполнительский и творческая активность) возможно лишь через многократное прохождение этапов познавательной активности.

6. Рассмотрены основные подходы к понятию «задача» как основному средству обучения математике. За основное взято определение А.Н. Леонтьева, который рассматривает задачу как цель деятельности.

7. В качестве средства развития познавательной активности в процессе обучения математике следует использовать динамично-ситуационные задачи, которые понимаются как задачи, содержащие совокупность условий (взаимосвязанных объектов), изменение которых приводит к новым личностно-значимым для учащихся ситуациям, с целью осознанного усвоения обучающимися математического содержания.

8. Выделены виды динамично-ситуационных задач (задача на открытие новых фактов, задача на подтверждение или опровержение гипотез, задача на создание мини-проекта). При решении данных задач предусмотрен эксперимент, в связи с этим были выделены этапы эксперимента и показано их соотношение с этапами развития познавательной активности.

9. Разработана модель процесса развития познавательной активности, включающая целевой, методологический, содержательный, организационно-деятельностный и контрольно-результативный компоненты.



## **ГЛАВА 2. МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В КОНТЕКСТЕ СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА**

2.1 Требования к отбору содержания обучения математике при использовании динамично-ситуационных задач.

Цель параграфа – рассмотреть существующие требования к отбору содержания и применить их к проблеме исследования.

Одним из основных документов, который определяет содержание обучения является стандарт. Согласно ФГОС ООО содержание математического образования в 5-6 классах основной школы определяется базисным учебным планом. По данному плану в 5-6 классах изучается математика, включающая в себя арифметику, элементы алгебры и геометрии, а также элементы вероятностно-статистической линии. Содержание каждого математического раздела определяется примерной программой основного общего образования. Данная программа задает перечень вопросов, которые подлежат обязательному изучению в основной школе [80].

В связи с этим возникает потребность в выявлении принципов отбора содержания обучения математике, направленного на развитие познавательной активности.

В ФГОС ООО основным результатом обучения является формирование компетентности школьников, возможностей применения знаний для решения практических задач. Поскольку компетентность в области математики понимается как применение математики в жизни, то необходима разработка заданий, в которых отражена потребность решения различных проблем средствами математики.

К принципам отбора содержания математического образования Г.В. Дорофеев относит:

- максимальные возможности для организации полноценной деятельности обучающихся;
- реализуемость усвоения программных знаний всеми учащимися в условиях уровневой дифференциации;
- максимальные возможности для формирования, поддержания и развития интереса к изучению математики;
- возможность изучения других дисциплин на современном уровне развития соответствующих наук;
- выявление математических и общеинтеллектуальных способностей обучающихся [19].

Задача как основная дидактическая единица школьного курса математики соответствует всем вышеперечисленным принципам. Для выполнения любой деятельности, в том числе и решения задач важна положительная мотивация. Если учащийся видит при обучении математике возможность применить полученные знания на практике (в повседневной жизни, при изучении математики или других предметов), то у него появляется интерес к обучению.

Развивая познавательную активность в контексте системно-деятельностного подхода, мы говорим о таких задачах, которые способствуют развитию мышления учащихся, обогащению его новыми представлениями, развитию внимания и памяти, а также творческому воображению, тем самым мотивируя учащихся к обучению, вырабатывая у них стремление к новым знаниям, к их полному и прочному усвоению и расширению их за счёт самостоятельного изучения. В связи с этим рассмотрим принципы познавательной активности в соответствии с решением задач в процессе обучения математике.

*Принцип прикладной направленности* рассматривается как основа мотивации. Он предполагает, что в обучение целенаправленно включаются задачи, связывающие математику с действительностью. Данные задачи предполагают решение поставленной проблемы, в связи с этим



рассматривается *принцип проблемности*. Решая такие их, ученик выступает в качестве исследователя, участника открытия новых знаний, отсюда вытекает *принцип исследования изучаемых проблем*. При стремлении учащегося самостоятельно найти ответы на поставленные вопросы, мы говорим о *принципе самообучения*. *Принцип индивидуализации* раскрывает необходимость учитывать возрастные особенности учащихся, что важно при отборе задачного материала, направленного на развитие познавательной активности в процессе обучения математике.

В отличие от традиционных задач в постановку динамично-ситуационных задач, отражающих данные принципы, заложена активная, динамичная деятельность обучающихся за счёт того, что в их содержании отражаются как математические, так и нематематические проблемы, их взаимосвязь, а также новые понятия, термины, использование эксперимента в процессе решения проблемы. Таким образом, содержание и требования задач сближает учащихся с реальной действительностью.

Вопрос обучения решению задач по математике в 5-6 классах один из сложных и важных в методике преподавания. Речь идет о необходимости развивать познавательную активность в процессе решения динамично-ситуационных задач, видеть ключевые ситуации, самостоятельно находить методы решения, проводить исследования, осуществлять эксперименты. Работа над такой задачей является одним из самых активных видов деятельности, поэтому необходимость процесса развития познавательной активности выводит динамично-ситуационную задачу на главную роль.

Г.А. Саранцев выделяет следующие принципы отбора задачного материала: полноты, однотипности, контрпримеров, сравнения, непрерывного повторения, вариативности, единственного различия.

1. Принцип полноты (включение всех видов заданий на данное правило или теорему).

2. Принцип однотипности (включает в себя достаточное количество однотипных заданий, ориентированных на развития познавательной учащихся).

3. Принцип контрпримеров (заключается в использовании задач, провоцирующих учащихся на ошибку, помогая выяснить и устранить имеющиеся у них ошибочные ассоциации).

4. Принцип сравнения (чередование задач на прямые и обратные действия, с целью подчеркнуть их взаимосвязь, сходства и различия).

5. Принцип непрерывного повторения (включение в систему задач из предыдущих разделов).

6. Принцип вариативности (видоизменение форм выдачи знаний или разнообразие вариантов получения результата).

7. Принцип единственного различия (сохранение всех элементов формы задания при переходе от одного задания к другому) [56].

Косиков А.В. в диссертационном исследовании выделяет следующие принципы отбора задач:

- принцип поступательности (обеспечивает постепенность и последовательность порядка предоставления задач);
- принцип оптимизации (обеспечивает оптимальный вариант работы с учетом результативности, затрат времени и ресурсов);
- принцип динамичности (обеспечивает изменение характеристик объекта, чтобы ставить более трудные задачи, по мере выполнения предыдущих);
- принцип учета индивидуальных особенностей личности;
- принцип неопределенности (обеспечивает организацию эксперимента с изучаемым математическим материалом в процессе решения задач) [32].

Е.К. Павленко выделяет следующий перечень критериев для подбора материала по ситуационным задачам:

- выбор темы должен привлекать внимание учащихся, задача должна быть настоящим примером, который вызовет интерес;

- актуальность ситуационной задачи;
- текст ситуационной задачи может содержать цитирование различных источников для создания более реалистичной картины;
- ситуационная задача составляется с учетом возрастных особенностей и возможности самостоятельного решения;
- создание проблемности, которая является основой задачи должна быть понятна учащимся;
- различные формы деятельности при решении ситуационной задачи;
- наличие творческого характера ситуационной задачи;
- использование эксперимента при решении ситуационной задачи [47].

Анализируя и обобщая существующие требования к отбору содержания обучения математике, в настоящем исследовании мы предлагаем следующие принципы отбора содержания динамично-ситуационных задач.

1. Принцип вариативности. Изменение форм выдачи знаний или разнообразие способов получения результата.

Рассмотрим пример задания на открытие основного свойства пропорции, которое отражает данный принцип.

В ходе решения данной задачи, учащиеся самостоятельно или при помощи учителя устанавливают связь между целью учебной деятельности и ее мотивом, а также видят смысл проводимых действий, которые их мотивируют к необходимости изучения данного математического правила.

Задача: За первый час машина проехала 80 км пройденного пути, что составляет 20%. Какова длина всего пути?

Данную задачу можно решить уже известным способом: находим количество километров равных 1% и умножаем на 100, получим длину всего пути.  $80/20=4$  км – 1%.  $4*100=400$  км – весь путь.

Попробуем решить задачу другим способом, составив пропорцию:

80 км – 20%

X км – 100%. Можно составить отношение двух величин и равенство между ними. Тогда получим верную пропорцию:  $\frac{80}{x} = \frac{20}{100}$ .

Но как решить такое уравнение?

Изменим условие задачи: путь, который проехала машина составил 250 км. Какова длина пути, который проехала машина за первый час, если он составлял 10% от всего пути?

И снова можно решить данную задачу уже известным способом:  $250/100=2,5$  км – 1%,  $2,5*10=25$  км – участок пути, который проехала машина за 1 час.

Составим пропорцию: 250 км – 100%

X км – 10%. Получим, что  $\frac{250}{x} = \frac{100}{10}$ .

Изменим условие задачи еще раз: машина за первый час проехала 120 км. Весь путь, пройденный автомобилем, составил 800 км. Какую часть от всего пути проехала машина за 1 час?

Решим задачу известным способом:  $120/800=3/20$  – часть всего пути проехал автомобиль, чтобы выразить ответ в процентах  $3/20*100\%=15\%$ .

Составим пропорцию: 800 км – 100%,

120 км – x%. Получим  $\frac{800}{120} = \frac{100}{x}$ .

Мы заранее решили каждую задачу и знаем недостающие члены пропорции. Составим верные пропорции, в которых все данные будут известны и заполним по ним таблицу.

Пропорция	$\frac{80}{400} = \frac{20}{100}$	$\frac{250}{25} = \frac{100}{10}$	$\frac{800}{120} = \frac{100}{15}$
крайние члены пропорции			
средние члены пропорции			
произведение крайних членов пропорции			

произведение средних членов пропорции			
---------------------------------------	--	--	--

Заполнив данную таблицу учащиеся формулируют основное свойство пропорции: в правильной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов пропорции.

После чего, учащимся предлагается решить представленные ранее задачи используя основное свойство пропорции. Решив данные задачи, проверяем верно ли сформулировано основное свойство пропорции. Делаем вывод.

2. Принцип динамичности. Изменение характеристик объекта или явлений для составления более сложных задач по мере решения предыдущих.

Согласно данному принципу, необходимо, чтобы при обучении математике в 5-6 классах задания содержали материалы, обеспечивающие материализованные действия, которые позволили бы понять ситуацию, «увидеть» возможность изменений условий.

Рассмотрим пример задания 5-6 класса на решение задачи с помощью уравнения, которое иллюстрирует данный принцип.

Задача: в одном магазине новая книга про Гарри Поттера стоила в 2 раза дешевле, чем в другом. После того как во втором магазине цену снизили на 700р., книги стали стоить одинаково. Сколько стоила книга в первом магазине изначально.

Данная задача решается с помощью уравнения:  $x=2x-700$ .

Изменяя условия данной задачи, мы можем подводить учащихся к решению линейного уравнения с использованием различных правил и свойств, а также к уравнениям, которые приводят к нестандартным ответам.

Например, в одном магазине новая книга про Гарри Поттера стоила в 3 раза дороже, чем в другом. После того как во втором магазине цену снизили на 200р., книги стали стоить одинаково. Сколько стоила книга в первом магазине изначально. Составим уравнение:  $3x=x-200$ . Решая данное уравнение учащиеся придут к отрицательному ответу, что потребует от них исследовательских действий.

Приведем еще пример: в одном магазине новая книга про Гарри Поттера стоила в 2 раза дороже, чем в другом. После того как в первом и втором магазине цену снизили на 700р., книги стали стоить одинаково. Сколько стоила книга в первом магазине изначально. Составим уравнение:  $2x - 700 = x - 700$ ,  $x = 0$ .

Изменение условия задачи может приводить к различным видам уравнений, что необходимо для исследовательской и экспериментальной деятельности учащихся.

3. Принцип уровневой дифференциации. Учет индивидуальных особенностей обучаемых в учебном процессе. Задачи должны быть разного уровня сложности, что позволяет учащемуся выбрать и выстроить индивидуальную схему деятельности в процессе обучения математике.

Рассмотрим пример задания 5-6 класса на тему «Проценты» согласно данному принципу.

1 уровень: Магазин приобретал автомобили у поставщика со скидкой 10 % к номиналу, а продавал с наценкой 10 % к закупочной цене. Будет ли продажная цена больше номинала или меньше? На сколько? Какой процент продажная цена составит от номинала?

2 уровень: Автомобиль купили со скидкой 15 % к номиналу. Больше или меньше 15 % должна быть наценка к закупочной цене, чтобы автомобиль продавалась по номиналу?

3 уровень: Магазин при продаже автомобиля по номиналу запланировал определённый процент прибыли. В итоге, машина была продана со скидкой 20 % с номинальной цены и получил при этом 18 % прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?

4. Принцип неопределенности. Позволяет организовать эксперимент с изучаемым математическим материалом в процессе решения динамично-ситуационных задач.

Задача: Новогодний подарок состоит из трех видов конфет: карамельки, шоколадные и мармелад. Шоколадных конфет на 4 меньше, чем мармеладных, и на 8 меньше, чем карамелек. Какова масса всего подарка, если любая конфета отдельно имеет массу 15г.?

Анализ условия выявляет, что не любое число может получиться в ответе. Данная задача благодаря неопределенности, подводит учащихся к исследовательской и экспериментальной деятельности.

Анализируя условия задачи, учащиеся выдвигают гипотезы, рассматривают различные возможные ситуации и делают вывод.

Например, невозможны ответы 1333 г и 1500 г, хотя и по разным причинам. Первое невозможно, потому что ответ должен быть кратным 15 г. А второе невозможно, т.к. общее количество конфет не может быть равным ста. Сколько же конфет там может быть?

Если в подарке  $x$  шоколадных конфет, то мармеладок  $x+4$ , а карамелек  $x+8$ . Вместе:  $3x+12$ . Таким образом, всех конфет не меньше пятнадцати, а возможный ответ:  $25(3x+12)$  м, где  $x$  – натуральное число. Над "дизайном" ответа можно поработать, если переписать его так:  $75(x+4)$ . А теперь, переобозначив буквой  $x$  (или другой) количество шоколадных конфет, получим самый короткий вариант ответа:  $75x$  м, где  $x$  – натуральное число, не меньшее пяти.

В данном параграфе выделены принципы отбора содержания динамично-ситуационных задач и приведены примеры, отражающие каждый принцип.

## 2.2 Использование динамично- ситуационных задач как средство развития познавательной активности учащихся в процессе обучения математике

Целью данного параграфа является раскрытие особенностей процесса обучения математике в рамках построенной модели развития познавательной активности учащихся 5-6 классов на примере изучения темы «Длина окружности и площадь круга».

Выбор данной темы связан с рядом причин, во-первых, данная тема является одной из подводящих к систематическому курсу геометрии. Во-вторых, углубление и расширение геометрических знаний очень значимы для дальнейшего изучения математики. В-третьих, возрастающий уровень геометрического материала требует от учащихся соответствующей базы математических знаний, в которую как один из элементов включены понятия «окружность» и «круг».

Согласно примерной основной образовательной программе в процессе изучения темы «Длина окружности и площадь круга» учащиеся должны научиться понимать и использовать данные геометрические понятия и геометрический язык, выполнять построения с помощью основных геометрических инструментов, вычислять длину окружности и площадь круга, проводить измерения, овладеть математическими знаниями и умениями, применяемыми в практической деятельности, применять приобретенные знания в ходе решения задач.

В 5-6 классах появляется возможность развить геометрические представления на новом уровне. Углубление и расширение геометрических знаний целесообразно проводить через конструирование моделей и изображение уже знакомых или неизвестных фигур, что позволяет учащимся понять, как устроены эти фигуры, и познакомиться с некоторыми их свойствами. Геометрический материал, изучаемый в 5-6 классах позволяет подготовить учащихся к восприятию более сложных идей, изучаемых в систематическом курсе геометрии.



Последовательность изучения темы «Длина окружности и площадь круга» будем осуществлять в соответствии с выделенными этапами развития познавательной активности: вводный, развивающий и творческий. Приведем пример организации деятельности учащихся при изучении выбранной темы на различных этапах развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике.

На **вводном** этапе осуществляется развитие компонентов познавательной активности с использованием динамично-ситуационных задач в процессе восприятия изучаемого объекта, постановки проблемы, выбора цели, поиска и отбора информации, выдвижения гипотезы, прогноза деятельности:

- *эмоционально-мотивационного* – учащиеся при помощи учителя осуществляют выбор одной из разноуровневых динамично-ситуационных задач, направленных на открытие нового факта, соответствующей индивидуальным потребностям и способностям личности;

- *действенно-практического* – учащиеся принимают цель, выделяют условие и вопрос динамично-ситуационной задачи, направленной на открытие нового факта, разрабатывают пути ее решения;

- *когнитивного* – учащиеся выбирают способ решения динамично-ситуационной задачи, направленной на открытие нового факта, разрабатывают план действий, в процессе реализации которого работают с математическим материалом;

- *рефлексивно-аргументационного* – учащиеся с помощью учителя устанавливают соответствие промежуточных результатов поставленной цели, оценивают план и действие по его выполнению, представляют результаты эксперимента, делают выводы.

Результатом обучения на вводном этапе является подготовка к изучению нового материала, осознание познавательных задач, восприятие и осмысление нового материала.

На *развивающем* этапе осуществляется развитие компонентов познавательной активности с использованием динамично-ситуационных задач, направленных на подтверждение или опровержение гипотез, в процессе разработки и реализации плана, переноса информации в новую ситуацию, корректировки гипотезы, ее подтверждения или опровержения:

- *эмоционально-мотивационного* – учащиеся самостоятельно (возможно с подсказками учителя) осуществляют выбор одной из разноуровневых динамично-ситуационных задач, направленных на подтверждение или опровержение гипотез, обосновывают свой выбор и формулируют проблему;

- *действенно-практического* – учащиеся самостоятельно формулируют цель деятельности и выполняют прогноз решения динамично-ситуационной задачи;

- *когнитивного* – учащиеся создают план эксперимента и разрабатывают последовательность логических действий с математическим материалом;

- *рефлексивно-аргументационного* – учащиеся с помощью учителя устанавливают соответствие промежуточных результатов поставленной цели, оценивают план и свои действия по его реализации, самостоятельно корректируют деятельность, представляют результат эксперимента, делают выводы, предлагают альтернативные пути решения динамично-ситуационной задачи, оценивают результат деятельности.

Результатом обучения на развивающем этапе является первичное закрепление усвоенной учащимися информации и новых способов деятельности.

На *творческом* этапе происходит развитие компонентов познавательной активности с использованием динамично-ситуационных задач, направленных на создание мини-проекта. В процессе овладения учащимися умениями самостоятельно контролировать свою деятельность, самостоятельно оценивать результаты, презентовать полученный продукт, выделять альтернативные пути деятельности:

– *эмоционально-мотивационного* – учащиеся осуществляют осознанный самостоятельный выбор одной из разноуровневых динамично-ситуационных задач, направленных на создание мини-проекта, формулируют проблему и обоснованно излагают этапы деятельности;

– *действенно-практического* – учащиеся самостоятельно формулируют цель и гипотезу, осуществляют прогноз и разрабатывают варианты решения динамично-ситуационной задачи;

– *когнитивного* – учащиеся самостоятельно создают алгоритм проведения эксперимента, выполняют и корректируют его;

– *рефлексивно-аргументационного* – учащиеся проводят контроль и оценку деятельности, диагностируют степень достижения поставленной цели, самостоятельно формулируют выводы и представляют результаты эксперимента, находят альтернативные пути и раскрывают перспективы деятельности.

Результатом обучения на творческом этапе является контроль качества усвоенных знаний и способов деятельности, их коррекция, обобщение и установление внутрипредметных и межпредметных связей изученного материала.

Проиллюстрируем теоретические положения на примере концепта темы «Длина окружности и площадь круга».

***Вводный этап: динамично-ситуационная задача, направленная на открытие нового факта.***

У человека всегда возникало желание увидеть мир с высоты птичьего полета. Оказавшись на высоте, можно оценить всю красоту того места, где человек находится.

Первая конструкция колеса обозрения появилось в 1893 году в Чикаго. Конструкция колеса обозрения имела массу 2000 тонны и высоту 80 метров.

На сегодняшний день самым высоким колесом в мире является «Парящий Сингапур», который поднимается на высоту 165 метров.

## 1 уровень.

Задача: По данным представленным в таблице показать, что отношение длины колеса обозрения к его диаметру всегда будет одинаково, независимо от данных.

Самое высокое колесо обозрения России находится в г. Сочи, его диаметр составляет 83,5 м, а за один оборот колеса кабинка преодолевает расстояние 262,3 м. Найдите отношение расстояния, которое проходит кабинка за один оборот к диаметру данного колеса обозрения. Ответ округлите до сотых.

Решая данную задачу учащиеся легко находят отношение длины окружности к диаметру:

$$262,3:83,5 \approx 3,1413 \approx 3,14$$

Изменим условие задачи и рассмотрим второе по величине колесо обозрения России. Колесо диаметром 73 м, проходящее за один оборот расстояние 229,3 м находится в Москве. Ответим на тот же вопрос задачи. Находим отношение длины окружности к диаметру:

$$229,3:73 \approx 3,1411 \approx 3,14$$

Получили такой же ответ. Почему? Предлагается рассмотреть еще несколько данных по колесам обозрения, находящимся в России.

Изучив представленный ниже список, заполните данную таблицу и сделайте выводы.

Город	Длина окружности колеса	Диаметр колеса	Отношение длины окружности к диаметру
Казань	172,8 м	55 м	
Пермь	157 м	50 м	
Калининград	141,4 м	45 м	
Санкт-Петербург	119,4 м	38 м	

Закамск	116,2 м	37 м	
Зеленогорск	110 м	35 м	
Новосибирск	106,8 м	34 м	

Заполнив таблицу, учащиеся делают вывод о том, что отношение длины окружности к диаметру есть всегда одно и тоже число, если его округлить до сотых. Вводится понятие числа  $\pi \approx 3,14$ .

## 2 уровень.

Задача: По данным представленным в таблице показать, что отношение длины колеса обозрения к его диаметру всегда будет одинаково, независимо от данных.

Самое высокое колесо обозрения России находится в г. Сочи, его радиус составляет 4175 см, а за один оборот колеса кабинка преодолевает расстояние 26230 см. Найдите отношение расстояния, которое проходит кабинка за один оборот к диаметру данного колеса обозрения. Ответ округлите до сотых.

Решая данную задачу учащиеся понимают, что сначала необходимо найти диаметр, а потом отношение длины окружности к диаметру:

$$4175 \text{ см} \cdot 2 = 8350 \text{ см} - \text{диаметр};$$

$$\text{отношение} - 26230 : 8350 \approx 3,1413 (\text{округляем до сотых}) \approx 3,14$$

Изменим условие задачи и рассмотрим второе по величине колесо обозрения России. Колесо радиусом 36,5 м, проходящее за один оборот расстояние 229,3 м находится в Москве. Ответим на тот же вопрос задачи. Находим отношение длины окружности к диаметру:

$$36,5 \cdot 2 = 73 - \text{диаметр};$$

$$\text{отношение} - 229,3 : 73 \approx 3,1411 \approx 3,14$$

Несмотря на то, что данные в задачах были разные и единицы измерения тоже, получились одинаковые ответы. Почему? Предлагается рассмотреть еще несколько данных по колесам обозрения, находящимся в России.

Изучив представленный ниже список, заполните данную таблицу и сделайте выводы.

Город	Длина окружности колеса	Радиус колеса	Диаметр колеса	Отношение длины окружности к диаметру
Казань	172,8 м	27,5 м		
Пермь	157 м	2500 см		
Калининград	141,4 м	22,5 м		
Санкт-Петербург	11940 см	1900 см		
Закамск	116,2 м	18,5 м		
Зеленогорск	11000 см	17,5 м		
Новосибирск	106,8 м	17 м		

Заполнив таблицу, учащиеся делают вывод о том, что отношение длины окружности к диаметру есть всегда одно и тоже число, если его округлить до сотых. Вводится понятие числа  $\pi \approx 3,14$ .

### 3 уровень.

Задача: По данным представленным в таблице показать, что отношение длины колеса обозрения к его диаметру всегда будет одинаково, независимо от данных.

Самое высокое колесо обозрения России находится в г. Сочи, его радиус составляет 4175 см. Найдите отношение расстояния, которое проходит кабинка за один оборот к диаметру данного колеса обозрения. Ответ округлите до сотых.

Анализируя условие данной задачи учащиеся понимают, что в ней не хватает данных, чтобы ответить на вопрос задачи необходимо знать длину окружности колеса обозрения. Для этого им предлагается три варианта: 26230 см, 8350 см, 800 м. Но как из них выбрать?

Учащимся, выбравшим данный уровень предлагается три окружности разных размеров, нитка и линейка. Используя предложенный материал, необходимо заполнить таблицу:

№ окружности	Радиус окр. (r)	Диаметр окр. (d)	Длина окр. (C)	Отношение (C:d)
1 окр.				
2 окр.				
3 окр.				

Заполнив таблицу, учащиеся замечают, что отношение длины окружности к ее диаметру всегда приблизительно одно и тоже число. Значит, для того, чтобы найти расстояние, которое проходит колесо обозрения за один оборот, необходимо проверить предложенные варианты. Разделив их на диаметр окружности, мы должны получить отношение  $\approx 3,14$ . Так как в задаче дан радиус, то сначала необходимо узнать, чему равен диаметр окружности:  $4175 \cdot 2 = 8350$  см.

1.  $26230 \text{ см} : 8350 \text{ см} = 3,1413$ ;
2.  $8350 \text{ см} : 8350 \text{ см} = 1$ ;
3.  $800 \text{ м} : 8350 \text{ см} = 80000 \text{ см} : 8350 \text{ см} = 9,5808$ .

Экспериментальным путем выяснили, что колесо обозрения в г. Сочи за один оборот проходит 26230 см. Теперь можно ответить на вопрос задачи.

Отношение длины окружности к диаметру колеса =  $26230 : 8350 \approx 3,1413$  (округляем до сотых)  $\approx 3,14$ . Всегда ли так будет? А если сразу известен диаметр колеса?

Изменим условие задачи и рассмотрим второе по величине колесо обозрения России. Колесо диаметром 73 м, проходящее за один оборот расстояние 229,3 м находится в Москве. Ответим на тот же вопрос задачи. Находим отношение длины окружности к диаметру:

$$\text{отношение} - 229,3 : 73 \approx 3,1411 \approx 3,14$$

Несмотря на то, что данные в задачах были разные и единицы измерения тоже, получились одинаковые ответы. Почему? Предлагается рассмотреть еще несколько данных по колесам обозрения, находящимся в России.

Изучив представленный ниже список, заполните данную таблицу и сделайте выводы.

Город	Длина окружности колеса	Радиус колеса	Диаметр колеса	Отношение длины окружности к диаметру
Казань	172,8 м	27,5 м		
Пермь	157 м		5000 см	
Калининград	141,4 м	22,5 м		
Санкт-Петербург	11940 см		3800 см	
Закамск	116,2 м	18,5 м		
Зеленогорск	11000 см		35 м	
Новосибирск	106,8 м	17 м		

Заполнив таблицу, учащиеся делают вывод о том, что отношение длины окружности к диаметру есть всегда одно и тоже число, если его округлить до сотых. Вводится понятие числа  $\pi \approx 3,14$ .

***Развивающий этап: динамично-ситуационная задача, направленная на подтверждение гипотезы.***

На вводном этапе было открыто число  $\pi$ , которое показывает отношение длины окружности к ее диаметру. При решении данной задачи учащиеся должны подтвердить или опровергнуть тот факт, что длина окружности находится как произведение числа  $\pi$  и диаметра.

### **1 уровень.**

Задача: У моей подруги сегодня день рождения, купленный подарок я решила упаковать в красивую круглую коробку. Диаметр коробки 30 см. Мне



хотелось бы обклеить её по краю красной лентой, но как узнать, сколько ленты понадобится?

Учащиеся используют тот факт, что отношение длины окружности к диаметру:  $\pi \approx 3,14$ . Значит, чтобы найти длину окружности, необходимо умножить диаметр на число  $\pi$ . С помощью эксперимента подтверждают выдвинутую гипотезу.

Каждому учащемуся выдается круг, диаметром 30 см.

1 способ: составляем уравнение  $C = \pi \cdot d \approx 3,14 \cdot 30 \approx 94,2 \text{ см} \approx 94 \text{ см}$  ;

2 способ: отметим на круге точку и прокатим его вдоль линейки, сделав полный оборот до этой же точки. Результат: 944 мм=94,4 см  $\approx 94 \text{ см}$  ;

3 способ: возьмем нитку и проложим ее по краю круга, измерив потом длину нитки по линейке. Результат: 943 мм=94,3 см  $\approx 94 \text{ см}$  .

Несмотря на то, что все три способа привели нас к одному округленному до целой части ответу, необходимо учесть, что придется обклеивать лентой подарочную коробку и каждый мм может быть важен, то рекомендуется купить 95 см.

Итак, все три способа привели нас к одному результату. Значит наша гипотеза подтвердилась. Чтобы найти длину окружности необходимо ее диаметр умножить на число  $\pi$  (3,14).  $C = \pi \cdot d$

А если будет дан радиус? Как же будет выглядеть формула?

Изменим условие задачи. Пусть дан радиус коробки 18 см. Какой длины тогда понадобится лента?

Зная формулу, учащиеся пытаются найти сначала диаметр, а потом уже длину. А если в формуле заменить диаметр радиусом? Нам известно, что  $d=2r$ .

Значит,  $C = \pi \cdot d = \pi \cdot 2r = 2\pi r$ .

**2 уровень.**

Задача: У моей подруги сегодня день рождения, купленный подарок я решила упаковать в две красивые круглые коробки. Диаметр одной коробки

30 см. Мне хотелось бы обклеить их по краю красной лентой, но как узнать, сколько ленты понадобится?

Учащиеся используют тот факт, что отношение длины окружности к диаметру:  $\pi \approx 3,14$ . Значит, чтобы найти длину окружности, необходимо умножить диаметр на число  $\pi$ . С помощью эксперимента подтверждают выдвинутую гипотезу.

Каждому учащемуся выдается два круга, один из которых диаметром 30 см. Вторым придется измерить. Возникнет еще одна проблема: на представленном круге не отмечен центр, поэтому придется провести измерения несколько раз для более точного результата (все диаметры равны).

После измерений:  $d_1 = 26$  см. Сначала проведем эксперимент с первой окружностью и найдем ее длину.

1 способ: составляем уравнение  $C = \pi \cdot d \approx 3,14 \cdot 30 \approx 94,2$  см  $\approx 94$  см ;

2 способ: отметим на круге точку и прокатим круг вдоль линейки, сделав полный оборот до этой же точки. Результат: 944 мм = 94,4 см  $\approx 94$  см ;

3 способ: возьмем нитку и проложим ее по краю круга, измерив потом длину нитки по линейке. Результат: 943 мм = 94,3 см  $\approx 94$  см .

Несмотря на то, что все три способа привели нас к одному округленному до целой части ответу, необходимо учесть, что придется обклеивать лентой подарочную коробку и каждый мм может быть важен, то рекомендуется купить 95 см.

Эксперимент со второй окружностью:

1 способ: составляем уравнение  $C = \pi \cdot d \approx 3,14 \cdot 26 \approx 81,64$  см  $\approx 82$  см ;

2 способ: отметим на круге точку и прокатим коробку вдоль линейки, сделав полный оборот до этой же точки. Результат: 818 мм = 81,8 см  $\approx 82$  см ;

3 способ: возьмем нитку и проложим ее по краю круга, измерив потом длину нитки по линейке. Результат: 819 мм = 81,9 см  $\approx 82$  см .

В данном случае, все округления проходили с избытком, поэтому достаточно будет 82 см красной ленты. Всего на две коробки понадобится 176 см ленты.

Итак, все три способа привели нас к одному результату. Значит наша гипотеза подтвердилась. Чтобы найти длину окружности необходимо ее диаметр умножить на число Пи (3,14).  $C = \pi \cdot d$

А если будет дан радиус? Как же будет выглядеть формула?

Изменим условие задачи. Пусть дан радиус коробки 18 см. Какой длины тогда понадобится лента?

Зная формулу, учащиеся пытаются найти сначала диаметр, а потом уже длину. А если в формуле заменить диаметр радиусом? Нам известно, что  $d = 2r$ .

Значит,  $C = \pi \cdot d = \pi \cdot 2r = 2\pi r$ .

### 3 уровень.

Задача: У моей подруги сегодня день рождения, купленный подарок я решила упаковать в красивую круглую коробку. Диаметр коробки 30 см. Мне хотелось бы обклеить её по краю красной лентой, но как узнать, сколько ленты понадобится?

Учащиеся используют тот факт, что отношение длины окружности к диаметру:  $\pi \approx 3,14$ . Значит, чтобы найти длину окружности, необходимо умножить диаметр на число  $\pi$ . С помощью эксперимента подтверждают выдвинутую гипотезу.

Каждому учащемуся выдается заведомо неверный материал: круг, диаметром не 30 см, а 28 см. И аналогично предыдущим уровням используется три способа для проведения эксперимента и подтверждение гипотезы.

1 способ: составляем уравнение  $C = \pi \cdot d \approx 3,14 \cdot 30 \approx 94,2 \text{ см} \approx 94 \text{ см}$  ;

2 способ: отметим на круге точку и прокатим круг вдоль линейки, сделав полный оборот до этой же точки. Результат: 879 мм = 87,9 см  $\approx 88 \text{ см}$  ;

3 способ: возьмем нитку и проложим ее по краю круга, измерив потом длину нитки по линейке. Результат: 880 мм=88 см.

Три способа привели нас к разным ответам. Учащиеся могут расценить это как опровержение гипотезы. Но! Стоит обратить их внимание на то, что совпали экспериментальные данные. Проведя необходимые исследования, учащиеся делают вывод о не правильных размерах предоставленного материала и ищут пути решения проблемы.

Например, можно из подручных материалов вырезать круг диаметром 3см. Раз отношение длины окружности и диаметра является числом постоянным, то уменьшение диаметра в 10 раз, приведет к уменьшению длины окружности в 10 раз (прямая пропорциональная зависимость).

Проводить эксперимент в данном случае будем теми же тремя способами. В итоге каждый полученный результат увеличиваем в 10 раз, чтобы получить необходимые данные и делаем вывод.

Итак, все три способа привели нас к одному результату. Значит наша гипотеза подтвердилась. Чтобы найти длину окружности необходимо ее диаметр умножить на число Пи (3,14).  $C = \pi \cdot d$

А если будет дан радиус? Как же будет выглядеть формула?

Выводят формулу:  $C = \pi \cdot d = \pi \cdot 2r = 2\pi r$ .

Проанализировать данные способы решения задачи и назвать плюсы и минусы каждого способа. Заполните таблицу.

	+	-
1 способ	Не требует измерений	Не точный результат из-за числа $\pi$
2 способ	...	Не любой предмет круглой формы можно так измерить
3 способ	...	...

**Творческий этап: динамично-ситуационная задача, направленная на создание мини-проекта**

**1 уровень.**

Задача: Всем известно, что цирковая арена имеет форму круга. Диаметр, которого равен 13 м. Какова ее длина и площадь?

Решая данную задачу учащиеся создают мини-проект с использованием эксперимента, связанный с цирковыми аренами их площадью и длиной, а также смогут выявить причину постоянства размеров.

При этом учащиеся могут пользоваться любыми источниками информации, в том числе и предоставленными учителем.

Раздаточный материал:

- круг диаметром 13 см;
- такой же круг, разделенный на 13 равных частей (секторов);
- составленная из этих секторов фигура, похожая на прямоугольник;
- таблица с этапами действий, которую необходимо будет заполнять по мере выполнения.



Учащиеся работают с целым кругом, самостоятельно разрезая его на любое количество равных частей больше 13, составляют из секторов аналогичную данной фигуру, похожую на прямоугольник.

Так как данная фигура составлена из частей круга, то ее площадь будет равна площади круга. Схожесть данной фигуры с прямоугольником подведет учащихся к формуле для нахождения площади прямоугольника:  $S=a*b$ , где  $a=C/2=2\pi r/2=\pi r$ ,  $b=d/2=r$ .  $S=\pi r*r=\pi r^2$ .

Имея в условии данные о диаметре цирковой арены, учащиеся могут найти ее длину и необходимый радиус, после чего вычислить площадь.

**2 уровень.**

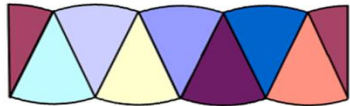

Задача: Всем известно, что цирковая арена имеет форму круга. Длина любой цирковой арены равна 40,8 м. Какова ее площадь? Почему не делают арены в форме, например, квадрата с той же длиной (периметром)?

Решая данную задачу учащиеся создают мини-проект с использованием эксперимента, связанный с цирковыми аренами их площадью и длиной, а также смогут выявить причину постоянства размеров и формы.

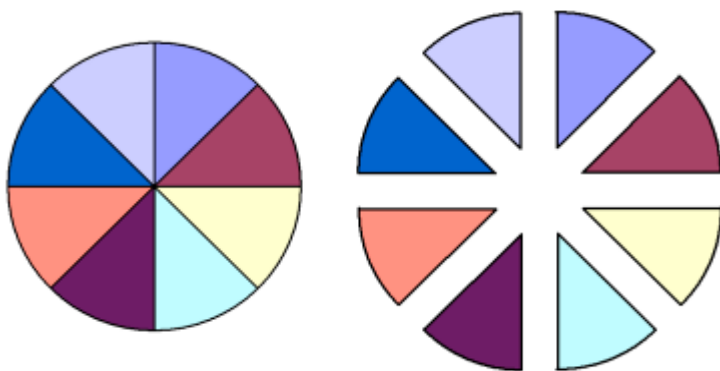
При этом учащиеся могут пользоваться любыми источниками информации, в том числе и предоставленными учителем.

Раздаточный материал:

- несколько одинаковых кругов диаметром 13 см;
- таблица с этапами действий, которую необходимо будет заполнять по мере выполнения.

Количество частей (сегментов)	Результат
1. разрезать круг на 8 равных частей	
2. разрезать круг на 12 равных частей	
3. разрезать круг на 14 равных частей	
4. разрезать круг на 16 равных частей	

Учащиеся делят круги с помощью линейки и карандаша на несколько секторов, затем разрезают его. Заметим, что не следует делить круг на меньшее, чем 8 секторов.



В одном из секторов учащиеся проводят радиус, делящий его на 2 равных сектора, которые будут крайними.



В данную таблицу учащиеся приклеивают получившиеся сектора по образцу. Заметно, что получившаяся фигура при увеличении количества секторов становится очень похожей на прямоугольник. Значит, и её площадь можно найти по формуле площади прямоугольника. Так как прямоугольник был составлен из частей круга, то их площади равны.

$$S=a*b, \text{ где } a=C/2=2\pi r/2= \pi r, b=d/2=r. S=\pi r*r=\pi r^2.$$

Имея в условии данные о длине цирковой арены, учащиеся могут найти ее диаметр, необходимый радиус и вычислить площадь.

Чтобы ответить на второй вопрос задачи, учащимся необходимо найти сторону квадрата с тем же периметром и показать, что площадь арены цирка в таком случае изменится, что будет не удобно для артистов.

### **3 уровень.**

Задача: "Росгосцирк" в 2016 году предложил заменить круглую арену цирка на традиционную сцену, вокруг которой будут располагаться зрители, пишут "Известия" со ссылкой на гендиректора ведомства Вадима Гаглоева. "Росгосцирк" уже разработал новые типовые проекты цирков на 1,2 тысячи и 2,4 тысячи мест. В новых строениях зрители будут сидеть не вокруг арены, а

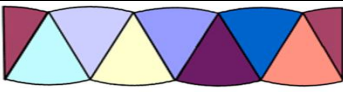
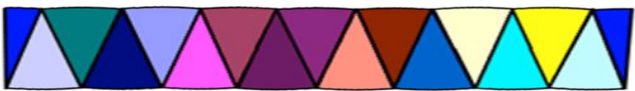
с одной стороны. Сами помещения при этом будут в форме квадрата. Первый цирк нового образца на 1,2 тысячи мест начнут строить в Оренбурге в 2017 году. Власти региона уже выделили земельный участок. Для того, чтобы артистам не пришлось полностью переделывать цирковые программы площадь арены должна оставаться прежней. Какой длины должна быть сторона квадрата, чтобы площадь цирковой арены претерпела минимальные изменения?

Решая данную задачу учащиеся создают мини-проект с использованием эксперимента, связанный с цирковыми аренами их площадью и длиной, а также смогут выявить причину постоянства размеров и формы. И узнать размеры новых цирковых арен.

При этом учащиеся могут пользоваться любыми источниками информации, в том числе и предоставленными учителем.

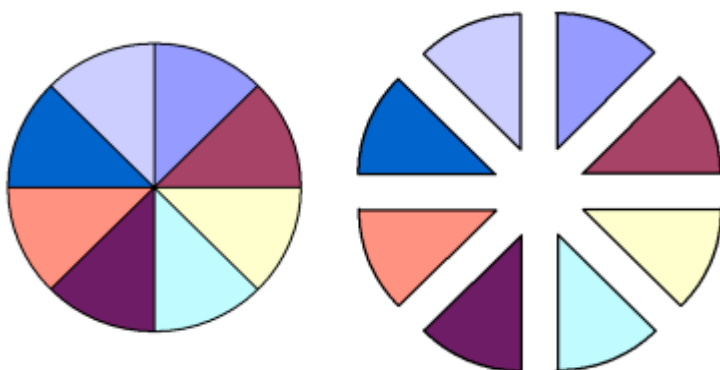
Раздаточный материал:

- информация о длине круглой арены цирка;
- несколько одинаковых кругов диаметром 13 см;
- таблица с этапами действий, которую необходимо будет заполнять по мере выполнения.

Количество частей (сегментов)	Результат
1. разрезать круг на 8 равных частей	
2. разрезать круг на 12 равных частей	
3. разрезать круг на 14 равных частей	
4. разрезать круг на 16 равных частей	



Учащиеся делят круг с помощью линейки и карандаша на несколько секторов, затем разрезают его. Заметим, что не следует делить круг на меньшее, чем 8 секторов.



В одном из секторов учащиеся проводят радиус, делящий его на 2 равных сектора, которые будут крайними.



В данную таблицу учащиеся приклеивают получившиеся сектора по образцу. Заметно, что получившаяся фигура при увеличении количества секторов становится очень похожей на прямоугольник. Значит, и её площадь можно найти по формуле площади прямоугольника. Так как прямоугольник был составлен из частей круга, то их площади равны.

$$S=a*b, \text{ где } a=C/2=2\pi r/2=\pi r, b=d/2=r. S=\pi r*r=\pi r^2.$$

Имея в условии данные о длине цирковой арены, учащиеся могут найти её диаметр, необходимый радиус и вычислить площадь.

Чтобы ответить на вопрос задачи, учащимся необходимо найти сторону квадрата с той же площадью. Точного значения в этом случае получить нельзя, но можно исследовать различные варианты и найти ту длину, которая позволит максимально сохранить имеющуюся площадь.

$$m^2$$

$$S=\pi r*r=\pi r^2=3,14*6,5*6,5=132,665$$

Площадь квадрата вычисляется по формуле:  $S=a^2=a*a$ . Откуда учащиеся получают, что сторона квадрата должна быть приблизительно равна 11,52 м.

В данном параграфе были раскрыты особенности процесса обучения математике в рамках построенной модели развития познавательной активности учащихся 5-6 классов на примере изучения темы «Длина окружности и площадь круга», а также рассмотрены примеры динамично-ситуационных задач по данной теме и возможность их формулировки в соответствии с уровневой дифференциацией.

### 2.3. Организация, проведение и результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента

В данном параграфе сформулированы основные задачи и методы педагогического эксперимента, описана организация, проведение и результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента.

Педагогический эксперимент состоит из трех этапов: констатирующий, формирующий и контрольно-оценочный.

Таблица 9

Основные задачи, методы и результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента

Задачи этапа, содержание исследования	Используемые методы	Способы проверки эффективности методов исследования	Планируемые результаты эксперимента
Выявление предпосылок построения методики развития познавательной активности в процессе обучения математике	Анализ школьных учебников математики за 5-6 класс с целью выяснения возможностей содержания курса, наблюдение с целью изучения опыта учителей развития познавательной активности учащихся	Статистические методы обработки результатов	Проведение анализа результатов анкетирования учащихся по выявлению интересов и мотивации изучения математики; уровня развития познавательной активности

Эксперимент проводился на базе МАОУ СОШ №66 в 6-х классах (54 человека).

Рассмотрим организацию и основные характеристики первого этапа педагогического эксперимента, который предполагает решение следующих задач:

1. Через посещение уроков и их анализ выявить общую картину

обучения математике в 5-6-х классах.

2. Путем опроса учителей изучить их опыт по организации деятельности обучающихся на уроках математики, направленной на развитие познавательной активности.

3. Построение модели развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике.

4. Проверка уровня развития познавательной активности учащихся.

На констатирующем этапе эксперимента был проведен анализ уроков с целью выявления общей картины обучения в 5-6 классов, проводились опросы и анализ работы учителей математики, работающих в 5-6 классах.

Результаты констатирующего этапа эксперимента помогли определить направления поискового этапа эксперимента: определить уровень развития познавательной активности учащихся и дидактические средства его повышения.

На поисковом этапе эксперимента выполнялся анализ психолого-педагогической и методической литературы, который позволил:

- построить модель развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике;
- описать поэтапное развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике;
- выбрать основное средство развития познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике – динамично-ситуационные задачи.

В исследовании выдвинуто предположение о том, что если в качестве средства развития познавательной активности учащихся будут использованы динамично-ситуационные задачи, то это обеспечит развитие познавательной активности учащихся.

С целью подтверждения планируемых результатов были определены две группы учащихся (экспериментальная и контрольная) и выдвинуты гипотезы ( $H_0$ ,  $H_1$ ).

$H_0$ : уровни развития познавательной активности у обучающихся в экспериментальной и контрольной группе не отличаются.

$H_1$ : уровень развития познавательной активности у обучающихся в экспериментальной группе достоверно отличается от контрольной группы.

Диагностика развития познавательной активности у обучающихся проводилась на основе выявленных уровней: репродуктивно-подражательный, поисково-исполнительский, творческая активность, с использованием которых оценивались результаты эксперимента. Для каждого из уровней развития познавательной активности были выделены показатели низкий, средний и высокий, с использованием которых оценивались результаты эксперимента.

При проведении контрольного среза учащимся предлагались задачи по трем уровням развития познавательной активности.

Приведем пример предложенных учащимся задач (табл.10).

Таблица 10

Пример задач, предложенных учащимся

Уровни развития познавательной активности	Задачи
Репродуктивно-подражательный	Задача 1 «на открытие нового факта». Среднее арифметическое. В конце года восьмиклассники сдавали контрольные работы по следующим предметам: математика, русский язык, английский язык, информатика, история, физика, химия, география и биология. У Паши к концу года снизилась успеваемость. Тогда мама сказала, что подарит летом велосипед, если Паша сдаст экзамены по русскому языку и математике в среднем не менее, чем четыре балла. Паша сдал все экзамены, со следующими результатами: по русскому языку на «4», по математике на «5». Выполнил ли Паша условие мамы? Какие еще могут быть варианты оценок за контрольные, чтобы выполнялось данное условие? Рассмотрите возможные случаи с учетом результатов по трем, четырем и более предметам.
Поисково-исполнительский	Задача 2. Площадь и периметр прямоугольника. Равенство фигур. Пятиклассницы Оля и Саша недавно узнали формулы для нахождения площади и периметра прямоугольника. После того как они были друг у друга в гостях, между девочками завязался спор: Оля утверждает, что их с Сашей комнаты равны. Саша же считает, что неравны. Чтобы не быть голословными девочки

	решили измерить комнаты. Они договорились измерить длину и ширину и принести измерения на следующий день в школу. Когда все собрались узнать равны ли комнаты, девочки не смогли договориться как же им считать. Оля предлагала посчитать периметры, и если они равны, то и комнаты будут равны. А Саша предлагала узнать площади и по ним определить равенство прямоугольных комнат. Как помочь девочкам, и кто же из них прав?
Творческая активность	Задача 3. Формулировка признаков делимости. Катя приглашает Валю в гости, сказав улицу и номер дома. Про квартиру Катя сказала так: я живу в квартире кратной количеству подъездов в моем доме и кратной количеству квартир на этаже. Подойдя к дому Валя увидела, что он пятиэтажный, подъездов в нем 10, а квартир на этаже 5. Как же узнать в какой квартире живет Катя?

Для сопоставления результатов экспериментальных и контрольных классов, то есть двух статистически независимых выборок, использовался стандартный статистический метод Пирсона  $\chi^2$ . Количество дифференцируемых уровней усвоения знаний  $g$  равно трем, следовательно, число степеней свободы  $\nu = g - 1 = 2$ . Соответствующие критические значения  $\chi^2$  для уровня значимости  $p \leq 0,05$  составляют.

Вычисление значения  $\chi^2_{\text{эксп}}$  осуществлялось по стандартной схеме. В соответствии с особенностями метода, если для  $p \leq 0,05$ , применяется нулевая гипотеза; если для  $p \leq 0,05$ , принимается экспериментальная гипотеза; если для  $p \leq 0,01$ , экспериментальная гипотеза считается безусловно достоверной.

Вычисление значения  $\chi^2_{\text{эксп}}$  осуществлялось по формуле:

$$\chi^2_{\text{эксп}} = n_1 \cdot n_2 \cdot \sum_{i=1}^g \left[ \frac{1}{n_{1i} + n_{2i}} \cdot (f_{1i} - f_{2i})^2 \right], \text{ где}$$

$$f_{1i} = \frac{n_{1i}}{n_1}, \quad f_{2i} = \frac{n_{2i}}{n_2}$$

В соответствии с особенностями метода, если  $\chi^2_{\text{эксп}} < \chi^2_{\text{кр}}$  для  $p \leq 0,05$ , применяется нулевая гипотеза; если  $\chi^2_{\text{эксп}} \geq \chi^2_{\text{кр}}$  для  $p \leq 0,05$ ,

принимается экспериментальная гипотеза; если  $\chi^2_{\text{эксп}} \geq \chi^2_{\text{кр}}$  для  $p \leq 0,01$ , экспериментальная гипотеза считается безусловно достоверной.

На начало эксперимента в качестве нулевой была сформулирована гипотеза  $H_0$ : уровни развития познавательной активности у обучающихся в экспериментальной и контрольной группе не отличаются.

$H_1$ : уровень развития учебно-познавательной активности у обучающихся в экспериментальной группе достоверно отличается от контрольной группы. Статистическая обработка результатов на основе выделенных уровней представлена в таблицах (табл. 11-13).

Таблица 11

Статистическая обработка результатов (репродуктивно-подражательный уровень)

Показатель	Количество		$n_{\kappa} + n_{\vartheta}$	Частоты		$\frac{(f_{\kappa} - f_{\vartheta})^2}{n_{\kappa} + n_{\vartheta}}$
	$n_{\kappa}$	$n_{\vartheta}$		$f_{\kappa}$	$f_{\vartheta}$	
Низкий	10	8	18	0,3704	0,2963	0,000305
Средний	11	10	21	0,4074	0,3704	0,000065
Высокий	6	9	15	0,2222	0,3333	0,000823
Сумма	27	27	54	1	1	0,001193
v = 2	для $p \leq 0,05$					
	$\chi^2_{\text{эксп}} = 0,870$ Принимается $H_0$					

Таблица 12

Статистическая обработка результатов (поисково-исполнительский уровень)

Показатель	Количество учащихся		$n_k + n_{\text{э}}$	Частоты		$\frac{(f_k - f_{\text{э}})^2}{n_k + n_{\text{э}}}$
	$n_k$	$n_{\text{э}}$		$f_k$	$f_{\text{э}}$	
Низкий	14	10	24	0,5185	0,3704	0,000914
Средний	9	11	20	0,3333	0,4074	0,000275
Высокий	4	6	10	0,1482	0,2222	0,000548
Сумма	27	27	54	1	1	0,001737
v = 2	для $p \leq 0,05$					
	$\chi^2_{\text{эксп}} = 1,266$ Принимается $H_0$					

Таблица 13

## Статистическая обработка результатов (творческий уровень)

Показатель	Количество учащихся		$n_k + n_{\varepsilon}$	Частоты		$\frac{(f_k - f_{\varepsilon})^2}{n_k + n_{\varepsilon}}$
	$n_k$	$n_{\varepsilon}$		$f_k$	$f_{\varepsilon}$	
Низкий	12	9	21	0,4444	0,3333	0,000588
Средний	12	13	25	0,4444	0,4815	0,000055
Высокий	3	5	8	0,1112	0,1852	0,000685
<b>Сумма</b>	<b>27</b>	<b>27</b>	<b>54</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,001328</b>
$v = 2$	для $p \leq 0,05$					
	$\chi^2_{\text{эксп}} = 0,968$ Принимается $H_0$					

На основании статистической обработки полученных результатов можно сделать вывод о том, что для  $p \leq 0,05$ , что доказывает достоверность гипотезы  $H_0$ .

Это позволяет сделать вывод о том, что на начало эксперимента уровень развития учебно-познавательной деятельности в экспериментальной и контрольной группе не отличается. Однако мы полагаем, что планируемые в ходе исследования результаты позволят нам утверждать, что целенаправленное применение предлагаемой методики позволит развивать познавательную активность в процессе обучения математике.



## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ II

Вторая глава настоящего исследования посвящена разработке методики обучения учащихся 5-6 классов, направленная на развитие познавательной активности в процессе обучения математик. Результаты проделанной работы позволяют сформулировать следующие результаты и выводы.

1. В результате анализа и обобщения принципов отбора содержания обучения математике были сформулированы следующие принципы построения системы динамично-ситуационных задач:

- принцип вариативности (изменение форм выдачи знаний или разнообразие способов получения результата.);
- принцип динамичности (изменение характеристик объекта или явлений для составления более сложных задач по мере решения предыдущих.);
- принцип уровневой дифференциации (учет индивидуальных особенностей обучаемых в учебном процессе. Задачи должны быть разного уровня сложности, что позволяет учащемуся выбрать и выстроить индивидуальную схему деятельности в процессе обучения математике);
- принцип неопределенности (позволяет организовать эксперимент с изучаемым математическим материалом в процессе решения динамично-ситуационных задач).

2. Раскрыты способы применения различных видов динамично-ситуационных задач в зависимости от этапа и компонентов развития познавательной активности.

3. На основе разработанной модели предложена методика развития познавательной активности учащихся в процессе обучения математике и иллюстрация её применения на примере решения динамично-ситуационных задач.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе исследования полностью подтвердилась гипотеза, решены поставленные задачи, получены следующие результаты:

1. Анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы, связанной с темой исследования показал, что проблема развития познавательной активности остается актуальной. Между тем, методика ее развития в настоящее время не имеет специальной разработки. Требуются новые методики обучения с учётом специфических особенностей различных тем школьного курса математики.
2. Выделены три этапа развития познавательной активности (вводный, развивающий, творческий) при цикличном прохождении которых происходит трехуровневое развитие познавательной активности учащихся.
3. В соответствии с видами эксперимента и этапами развития познавательной активности выделены виды динамично-ситуационных задач (задача «на открытие новых фактов», задача на подтверждение или опровержение гипотезы и задача, направленная на создание мини-проекта).
4. Выделены требования к отбору содержания динамично-ситуационных задач.
5. Разработана и научно обоснована методика развития познавательной активности. В качестве средства ее развития используются динамично-ситуационные задачи.
6. Разработана модель развития познавательной активности, где этапы развития познавательной активности взаимосвязаны с содержанием обучения.
7. В соответствии с разработанной моделью развития познавательной активности создана методика развития познавательной активности учащихся в процессе обучения математике.

8. Проведен констатирующий этап эксперимента на уровне прогноза для проверки влияния разработанной методики.

9. Подтверждена гипотеза исследования: развитие познавательной активности учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике в контексте системно-деятельностного подхода будет обеспечено, если в качестве средства ее развития будут динамично-ситуационные задачи.

Таким образом, поставленные задачи реализованы, о чем свидетельствует содержание работы и сделанные выводы, значит, достигнута и цель работы.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абасов З.А. Познавательная активность школьников // Советская педагогика. - 1989. - №7. - С. 40-43.
2. Акулова О.В. Конструирование ситуационных задач для оценки компетентности учащихся / О.В. Акулова, С.А. Писарева, Е.В. Пискунова. - СПб.: КАРО, 2008.- 37 с.
3. Аристова Л.И. Активность школьника. - М.: Педагогика, 1968, - 139 с.
4. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.; под ред. А. Г. Асмолова. - М.: Просвещение, 2010. - 159 с.
5. Асмолов А.Г. Системно-деятельностный подход к построению образовательных стандартов/ А.Г. Асмолов // Практика образования. -2008. - №2. - С. 2-12.
6. Афанасьев В.Г. Системность и общество. - М.: Наука, 1990. - 368с.
7. Ахметов М.А. Развитие познавательной активности учащихся в личностно-ориентированном обучении химии: дис. ... д-р. пед. наук: 13.00.02. - Ульяновск, 2012. - 427 с.
8. Бабанский Ю.К. О комплексном подходе к проектированию задач урока. - М.: Просвещение, 1993. - 384 с.
9. Байдак В.А. Реализация деятельностного подхода в обучении математике через задачи // Вопросы совершенствования учебно-воспитательной работы в школе и вузе. - Славянск: УИЦ «БИТ», 1994. - С. 50–56.
10. Байдак В.А., Дербуш М. В. Дидактические основы деятельностного подхода в обучении математике / В.А. Байдак, М.В. Дербуш // Математика и информатика: наука и образование. - Омск: ОмГПУ, 2002. - С. 88-92.
11. Балл Г.А. Теория учебных задач. - М.: Педагогика, 1990. - 184 с.
12. Белоусова Е.В. Рабочая тетрадь по дисциплине – средство развития познавательной активности и организации самостоятельной работы студентов//Педагогика: традиции и инновации. - Челябинск: Два комсомольца, 2014. - С. 106-108.
13. Булатова Е. В. Развивать у учащихся интерес к знаниям и учению // Физика в школе. - 1987. - № 2 - С. 82-83.

14. Выготский Л.С. Мир психологии. - М.: ЭКСМО-Пресс, 2000. - 1008 с.
15. Гершунский Б.С. Философия образования - М.: Флинта, 1998. - 432 с.
16. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования. - М.: Педагогика, 1986. - 240 с.
17. Дахин Л.Н. Педагогическое моделирование: монография. - Калининград: Ун-т - Калининград, 1999. - 309 с.
18. Дмитриев С.В. Системно-деятельностный подход в технологии школьного обучения // Школьные технологии. - 2003. - N 6. - С. 30-39.
19. Дорофеев Г.В. О принципах отбора содержания школьного математического образования // Математика в школе. - 1990. - №6. - С. 2-5.
20. Дорофеев Г.В. Компетентностная модель математической подготовки будущего педагога: монография. - М.: Флинта, 2011. - 240 с.
21. Дроздов Д.Д. Развитие познавательной активности школьников при проведении комплексных экскурсий // Физика в школе. - 1980. - № 5. - С. 49-53.
22. Дюмина Т.Ю. Содержательный компонент методической системы обучения будущих учителей математики конструированию систем задач: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02. - Волгоград, 2006. - 172 с.
23. Епифанова Н.М. Подготовка студентов вуза к развитию познавательной активности учащихся на внеурочных занятиях по математике: дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.08. - Ярославль, 2002. - 230 с.
24. Епишева О. Б. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учебной деятельности / О.Б.Епишева, В.И.Крупич. - М.: Просвещение, 1990. - 128 с.
25. Ефремова Т.Ф. Толковый словарь Ефремовой. – М.: Русский язык, 2000. – 1233 с.
26. Жулькова Н.В. Ситуационные задачи по химии как средство формирования универсальных учебных действий учащихся : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02. - Москва, 2014. - 177 с.
27. Загвязинский В. И. Методология и методы психолого-педагогического исследования: учеб. пособие для студентов пед. вузов. - М.: Академия, 2001. - 202 с.
28. Зимняя И.А. Педагогическая психология. - М.: Логос, 2004. - 384 с.
29. Коротаева Е.В. Познавательная активность: вопросы педагогической тактики // Русский язык в школе. - 2008. - №2. – С. 12-20.

30. Коротаяева Е.В. Педагогические технологии: Вопросы теории и практики внедрения. - Екатеринбург: УрГПУ, 2009.
- 31.
32. Коротаяева Е.В. Уровни познавательной активности // Народное образование. - 1995. - №10. - С. 156-159.
33. Косиков А.В. Развитие индивидуальной проектно-исследовательской деятельности учащихся 10-11 классов в процессе обучения математике: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02. - Екатеринбург, 2014. - 288 с.
34. Кудрявцева Н.Г. Системно – деятельностный подход как механизм реализации ФГОС нового поколения // Справочник заместителя директора. - 2011. - №4. - С.13-27.
35. Ланина И.Я. Формирование познавательных интересов учащихся на уроках // Народное образование. - 1998.- №3. - С. 19-23.
36. Лебедев О.Е. Формирование потребности в знаниях у учащихся. - Ленинград: Знание, 1973. - 129 с.
37. Лебедев О.Е. Учимся вместе решать проблемы. Ч.1: Методическое пособие для учителей. - СПб.: Образование – Культура. - 2004. - 214 с.
38. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения. - М.: Педагогика, 1983. - Т.2. - 318 с.
39. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. - М.: Политиздат, 1975. - 304 с.
40. Липатникова И.Г. Проведение эксперимента по математике как способ развития индивидуальной проектно-исследовательской деятельности / И.Г. Липатникова, А.В. Косиков // Современные проблемы науки и образования. - 2013. - № 2. - С. 263.
41. Мартиросян Л.П. Комплексное использование электронных средств учебного назначения в процессе обучения математике // КПЖ. - 2008. - №11. - С. 12-17.
42. Мечинская Н. А. Педагогические проблемы активности личности в обучении. - М.: Педагогика, 1973. - 231 с.
43. Мокшина Н.Г. Критерии сформированности активности студентов // Психолого-педагогической сопровождение образовательного процесса. – 2006. - №3. – С. 143-149.
44. Мухина Ю.Р. Вычислительный эксперимент на занятиях по физике как средство активизации учебно-познавательной деятельности: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02. - Челябинск, 2012. - 277 с.
45. Орехов А.М. Методы экономических исследований. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 392 с.

46. Отабеков А.О. Основные этапы развития познавательного интереса при обучении математике в условиях личностно-ориентированного обучения с использованием информационно-коммуникационных технологий // Молодой ученый. - 2015. - №5. - С. 513-516.

47. Павленко Е. К. Ситуационные задачи как форма интерактивного изучения школьного курса географии // Современные проблемы науки и образования. - 2012. - №2.

48. Павленко Е. К. Ситуационные задачи как форма интерактивного изучения школьного курса географии // Современные проблемы науки и образования. - 2012. - №2.

49. Паскевич Н.В. Формирование и развитие познавательной активности учащихся старшего подросткового возраста в процессе дифференцированного обучения: на примере обучения математике: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01. - Пенза, 2009. - 148 с.

50. Педагогический словарь: Учебное пособие для студентов высших и средних педагогических учебных заведений /Г. М. Коджаспирова, А. Ю. Коджаспиров. - М.: Академия, 2000. - 176 с.

51. Петровский А.В. Психология неадаптивной активности. - М.: ТОО "Горбунок", 1992. - 224 с.

52. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении. - М.: Педагогика, 1980. - 98 с.

53. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. - М.: Наука, 1976. - 446 с.

54. Пугач Г.В. Познавательная активность человека. - М.: Политиздат, 1985. - 96 с.

55. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии. - Спб.: Питер, 2002. - 720 с.

56. Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. - 288 с.

57. Саранцев Г.И. Методология и методика обучения математике. - Саранск, 2001. - 144 с.

58. Скаткин М.Н. Методология и методика педагогических исследований. - М.: Феникс, 1986. – 185 с.

59. Смолкин А.М. Активные методы обучения. - М.: Высшая школа, 1991. - 176 с.

60. Суворова С.Б. Математика. Методические рекомендации. 5 класс: пособие для учителей / С. Б.Суворова, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева, Л.О. Рослова. - М.: Просвещение, 2013. - 225 с.

61. Сухов В.П. Системно-деятельностный подход в развивающем обучении школьников. - СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 2004. - 93 с.



62. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся. - М.: Знания, 1983. - 96 с.
63. Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. – М.: Педагогика, 1990. - 189 с.
64. Хазанкин Р.Г. Как увлечь учеников математикой // Народное образование. - 1987. - №10.
65. Харламов И.Ф. Педагогика. - М.: Юрист, 1997. - 512 с.
66. Хлестова Е.Д. Формирование ключевых компетенций познавательной активности современного подростка: автореф. дисс. ... канд. псих. наук: 19.00.07. - М., 2009. - 27 с.
67. Шамова Т.И. Активизация учения школьников. - М.: Педагогика, 1982. - 208 с.
68. Шамова Т.И. к вопросу об анализе структуры познавательной деятельности учащихся / Т.И. Шамова // Советская педагогика. - 1972. - №10. - С. 18-24
69. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в обучении математике. - М.: Просвещение, 1990. - 96 с.
70. Шахмаев Н.М. Дидактические проблемы применения технических средств обучения в средней школе. - М.: Педагогика, 1973. - 268 с.
71. Швебель М.В. Развитие познавательных способностей // Перспективы. - 1986. - №1. - С. 17-18.
72. Щелкунова О.В. Познавательная активность как фактор повышения индивидуальных достижений младших школьников в обучении: на примере изучения математики: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.01. - Киров, 2012. - 230 с.
73. Штофф В. Роль моделей в познании. Ленинград: Изд-во Ленинград. ун-та, 1983. - 28 с.
74. Шульга Е.В. Задачи как средство оптимизации процесса проблемного обучения математической деятельности в 5–6 классах: дисс. ... канд. пед. наук.: 13.00.02. - Омск, 2003. - 151 с.
75. Шульга Е.В. Обыкновенные и десятичные дроби. - Омск: ОмГПУ, 2003. - 116 с.
76. Шумейко О. Н. Реализация системно-деятельностного подхода в процессе обучения // Актуальные вопросы современной педагогики. - Самара: Асгард, 2016. - С. 18-25.
77. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе. - М.: Просвещение, 1979. - 160 с.
78. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. - М.: Педагогика, 1988. - 205 с.

79. Щукина Г. И. Проблема познавательного интереса в педагогике. - М.: Педагогика, 1984. – 188 с.
80. Фридман Л. М. Проблемная организация учебного процесса / Л.М. Фридман, В.И. Маху. - М.: Росмэн, 1990. - 140 с.
81. Федеральный государственный стандарт - ФГОС, - Режим доступа: <http://standart.edu.ru>
82. Философский энциклопедический словарь / Л. Ф. Ильичёв, П. Н. Федосеев, С. М. Ковалёв, В. Г. Панов. - М.: Советская энциклопедия, 1983.